



0  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
MATHE.FORSCHER  
Entdecke Mathematik  
in deiner Welt

4 3 8 15 2 3 6 4 5 9 7 6 1 3 0 5 5 1 2 4 0 9  
5 3 4 7 8 9 2 7 5 2 1 7 0 8 4 7 5 7 1 8 9 0 3 1 6 1 1 2 6 5 7 2 3 0 5 9 0 4 8 0 6 2 9 0 4 8 7

# Entdeckendes, forschendes und projektartiges Lernen

**BEST-PRACTICE-BEISPIELE AUS DEM PROGRAMM MATHE.FORSCHER**

**3. ERWEITERTE AUFLAGE 2018**

Matthias Ludwig, Brigitte Lutz-Westphal, Christiane Benz  
Herausgegeben von der Stiftung Rechnen





- S. 05 Vorwort
- S. 06 Über das Programm Mathe.Forscher
- S. 08 Mathe.Forscher-Dimensionen
- S. 10 **BEST PRACTICE 1:**  
Schau mal! Entdeckungen bei der Multiplikation
- S. 16 **BEST PRACTICE 2:**  
Aufräumarbeiten
- S. 22 **BEST PRACTICE 3:**  
Mathe in der Fußball-EM 2016
- S. 28 **BEST PRACTICE 4:**  
Mathematische „Schmetterlingsgalerie“ –  
über Spiegelsymmetrien nachdenken
- S. 34 **BEST PRACTICE 5:**  
Mathematik entdecken – Parkettierungen
- S. 42 **BEST PRACTICE 6:**  
Eckige Seifenblasen? –  
Dank Mathematik kein Problem!
- S. 46 **BEST PRACTICE 7:**  
Klingende Mathematik – Zahlen in der Musik erleben
- S. 52 **BEST PRACTICE 8:**  
Die vielfältige Welt der Schokolinsen
- S. 58 **BEST PRACTICE 9:**  
X-beliebig – Terme mit einer Variablen
- S. 64 **BEST PRACTICE 10:**  
Mathematik im Zoo
- S. 70 **BEST PRACTICE 11:**  
Geschwindigkeiten in unserer Umgebung
- S. 76 **BEST PRACTICE 12:**  
Wo bitte ist die Mitte?
- S. 82 **BEST PRACTICE 13:**  
Die Streichholzrakete
- S. 88 **BEST PRACTICE 14:**  
Finanzmathematik –  
Wie viel ist mir mein Handy wert?
- S. 94 **BEST PRACTICE 15:**  
Mathematik im Überraschungsei
- S. 100 Über uns:  
Informationen zur wissenschaftlichen Begleitung
- S. 103 Impressum / Kontakt
- S. 104 Förder- und Kooperationspartner





# Vorwort

„Mathe ist spannend!“, „Wann haben wir wieder Mathe?“, „In Mathe darf man selber etwas erfinden!“ Das möchten wir gerne öfter von SchülerInnen aller Schularten hören. Im Rahmen des Mathe.Forscher-Unterrichts an den von uns begleiteten Schulen gab es das tatsächlich immer häufiger.

Mit den vorliegenden Best-Practice-Beispielen aus dem Programm Mathe.Forscher wollen wir zeigen, wie das geht, und zum Nachmachen anregen. Mathematik kann Spaß machen! Immer dann, wenn sie erlebbar und im Alltag sowie der Lebenswelt der SchülerInnen sichtbar gemacht wird. Wenn der Mathematikunterricht zum kreativen Raum wird. Wenn die Kinder und Jugendlichen verstehen, dass wir überall von Mathematik umgeben sind – bei allem, was wir tun. Deshalb findet der Mathe.Forscher-Unterricht auch nicht nur im

Klassenraum statt, sondern beispielsweise auch im Zoo oder in einem Supermarkt. Dabei wird mit KollegInnen aus anderen Fächern wie z. B. Kunst oder Musik zusammengearbeitet und es werden gemeinsam spannende Fragestellungen entwickelt.

Für diese Veröffentlichung haben wir einige Mathe.Forscher-Aktivitäten ausgewählt, mit denen wir Ihnen direkt aus der Praxis berichten, wie man den Mathematikunterricht mit entdeckendem, forschendem und projektartigem Lernen anregend und interessant gestalten kann. Diese Unterrichtsideen wurden von LehrerInnen aus den Mathe.Forscher-Schulen erdacht und gemeinsam mit uns ausgearbeitet bzw. weiterentwickelt. Jedes Best-Practice-Beispiel endet mit einem fachdidaktischen Kommentar, der Besonderheiten hervorhebt oder einen weiteren unterrichtlichen Ausblick gibt.

Wir hoffen auf viele NachahmerInnen!

Prof. Dr. Matthias Ludwig, Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal und Prof. Dr. Christiane Benz

# Entdecken. Erforschen. Erkennen.

## Mathe.Forscher

Mathe besteht nur aus Zahlen und Formeln? Mathe kann man nur im Klassenzimmer lernen? Mathe ist langweilig? Von wegen! Mathe hat mehr mit uns und unserem Alltag zu tun, als wir denken. Ob Fußball, Pizza, Musik oder Computer: Überall steckt Mathe drin. Damit SchülerInnen dies erleben können, gibt es das Programm Mathe.Forscher.

## Was sind Mathe.Forscher?

Als Mathe.Forscher erkunden Kinder und Jugendliche gemeinsam mit ihren LehrerInnen mathematische Phänomene in ihrer Lebenswelt. Die SchülerInnen der Mathe.Forscher-Schulen entwickeln spannende Fragen und suchen innerhalb und außerhalb der Schule nach Antworten auf Fragen wie z. B.: Gibt es in der Natur echte Symmetrie? Welche Zahlen kann man in einem Musikstück finden? Ist die Größe eines Tiergeheges im Zoo proportional zur Größe des Tieres? Können besondere Spielzeuge in Überraschungseiern am Gewicht oder Klang erkannt werden?



## Wie arbeiten Mathe.Forscher?

In fächerübergreifenden Projekten verbinden die Mathe.Forscher Mathematik mit z. B. Geschichte, Kunst, Sport, Naturwissenschaft und Musik. Sie beobachten, recherchieren, stellen Vermutungen an, formulieren Fragen, diskutieren und dokumentieren.

Sie befragen Experten und lernen, Zusammenhänge und den Sinn von Mathematik zu verstehen. Dabei erfahren die Kinder und Jugendlichen, dass Mathe auch Spaß macht!

Die Welt neu entdecken.

Zusammenhänge erkennen.

Mathe verstehen.



# Mathe.Forscher-Dimensionen

Was unterscheidet Mathe.Forscher-Unterricht von anderem Mathematikunterricht? Was ist das Besondere daran? Uns ist wichtig, dass die Lehrkräfte im Mathe.Forscher-Programm ihren Mathematikunterricht öffnen und dabei einen Bezug zur Lebenswelt der SchülerInnen herstellen. Durch die besondere Gestaltung ihres Unterrichts regen sie das Arbeiten mit Forscherfragen sowie entdeckendes, forschendes und projektartiges Lernen an.

So entsteht eine aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit der Mathematik. Die LehrerInnen nehmen die Rolle von Lernbegleitern ein, die darauf achten, dass die Mathematik im Prozess des Erkundens und Erforschens sichtbar wird.

Fünf Mathe.Forscher-Dimensionen sind die Grundlage des Mathe.Forscher-Unterrichts. Sie finden bei der Unterrichtsplanung und -durchführung Berücksichtigung. Nur im Zusammenspiel aller fünf Dimensionen entsteht Unterricht im Sinne des Mathe.Forscher-Programms.





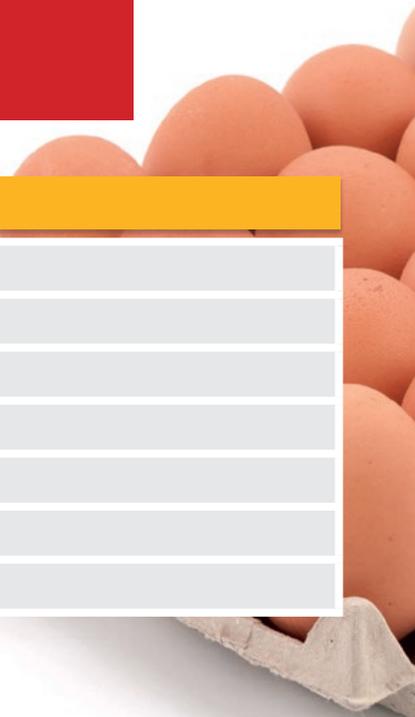
Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Entdeckendes Lernen	Zusammenarbeit mit anderen Fächern	An die Lebenswelt der SchülerInnen anknüpfen	SchülerInnen eine aktive Rolle ermöglichen	Mathematische Erkenntnisse dokumentieren
Forschendes Lernen	Aufsuchen außerschulischer Lernorte	Gemeinsam Fragenstellen üben	Konstruktiv mit Ideen der SchülerInnen umgehen	Fachsprache verwenden
Projektartiges Lernen	Zusammenarbeit mit außerschulischen Partnern	Vielfältige Herangehensweisen ermöglichen	Mit SchülerInnen gemeinsam Meilensteine erarbeiten	Gefundene Ideen und Ergebnisse besprechen



# Schau mal! – Entdeckungen bei der Multiplikation

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Wingertsbergschule, Lorsch
Klassenstufe	2. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Anja Fischer, Nicola Helwig, Debora Totaro
Thematische Einordnung	Multiplikation
Zeitbedarf	4 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Deutsch
(Außerschulische) Lernorte	-





Warum ist das so?

Das war die große, selbsterarbeitete Forscherfrage bei diesem Unterrichtsansatz, bei dem die Kinder angeregt wurden, Zahlenreihen zu untersuchen, Vermutungen aufzustellen und diese zu überprüfen.

Diese forschende Herangehensweise weckt bei den SchülerInnen ein ganz neues Interesse für Mathematik, wenn Sie merken, dass es in den Zahlenreihen kleine Geheimnisse zu entdecken gibt.



# Forscherfragen ?

Welche Reihen haben nur gerade Ergebnisse?

Bei welchen Reihen sind die Ergebnisse abwechselnd gerade und ungerade?

Es gibt Einmaleins-Reihen mit nur geraden Ergebnissen. Warum ist das so?



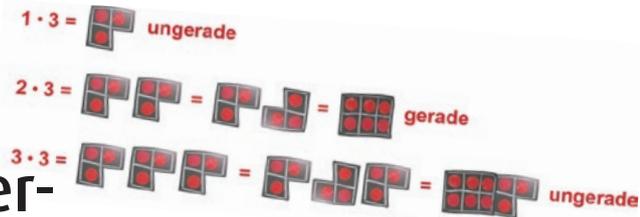
$$1 \times 2$$
$$2 \times 2$$

Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Entdeckendes Lernen	Verknüpfung mit dem Fach Deutsch (z. B. Fragen formulieren, Vermutungen aufschreiben).	Es gibt Einmaleins-Reihen mit nur geraden Ergebnissen. Warum ist das so?	Aufgreifen der Forscherfragen durch die Lehrerinnen.	Untersuchen der selbst gestellten Forscherfragen in Kleingruppen-Konferenzen.
Forschendes Lernen		Welche Reihen haben nur gerade Ergebnisse?	Die Kinder nehmen eine aktive Rolle ein – die Lehrkraft setzt Impulse.	Präsentation der Ergebnisse in einer Mathe-Konferenz.
Projektartiges Lernen		Bei welchen Reihen sind die Ergebnisse abwechselnd gerade und ungerade?	Anleitung zum Beantworten von Forscherfragen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beispiele sammeln</li> <li>• Gemeinsamkeiten suchen/ Vermutungen aufstellen</li> <li>• Die Vermutung in eine andere Darstellung (z. B. Plättchendarstellung) überführen und überprüfen.</li> </ul>	

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen



# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Welche anderen Reihen könnten nur gerade Ergebnisse haben? Was vermutest du?

Die 6er Reihe & 8er Reihe & 10er Reihe  
2er Reihe & 4er Reihe, wenn die Zahlen von den Reihen gerade sind ist das Ergebnis auch gerade

Überprüfe deine Vermutung:

2er Reihe	4er Reihe	6er Reihe	8er Reihe
1·2=2	1·4=4	1·6=6	1·8=8
2·2=4	2·4=8	2·6=12	2·8=16
3·2=6	3·4=12	3·6=18	3·8=24
4·2=8	4·4=16	4·6=24	4·8=32
5·2=10	5·4=20	5·6=30	5·8=40
6·2=12	6·4=24	6·6=36	6·8=48
7·2=14	7·4=28	7·6=42	7·8=56
8·2=16	8·4=32	8·6=48	8·8=64
9·2=18	9·4=36	9·6=54	9·8=72
10·2=20	10·4=40	10·6=60	10·8=80

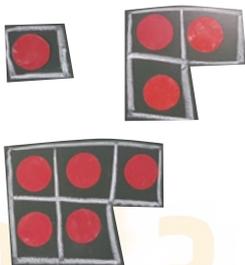
Die Einheit eignet sich, um forschendes Lernen zu lernen und vertiefte Einsichten in die Multiplikation zu erlangen. Ferner wurden Einmaleins-Reihen nicht als „Selbstzweck“ aufgeschrieben“, sondern die Kinder notierten diese unter einer für sie bedeutsamen Fragestellung. Diese Einheit knüpft an eine Unterrichtseinheit aus dem ersten Schuljahr an, in der die Kinder Summen von geraden/ungeraden Zahlen erforschten.

## Lehrerstimmen:

„Das Untersuchen von Summen und Produkten von geraden/ungeraden Zahlen ist ein klasse Übungsfeld, um forschendes Lernen gemeinsam mit den Kindern umzusetzen. Das bietet sich in Klasse 1 und 2 hervorragend an.“

## Schülerstimmen:

„Das heißt, wenn jemand bei einer geraden Reihe als Ergebnis eine ungerade Zahl bekommt, weiß ich, dass es falsch ist – ohne nachrechnen zu müssen.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Im Alltag und für das weitere Mathematiklernen ist es sehr hilfreich, die Aufgaben des Einmaleins auswendig zu wissen. Bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität wird sichtbar, wie Kinder beim Erforschen von Strukturen und Gesetzmäßigkeiten der Einmaleins-Reihen dieses Wissen „nebenbei“, verständnisorientiert und vernetzt erwerben können.

Die Frage nach Regelmäßigkeiten in Einmaleins-Reihen wurde von den Kindern selbst im Rahmen einer forschenden Einheit zur Multiplikation gestellt. Neben dem Entdecken von Strukturen in Ergebnissen der Einmaleins-Reihen werden hier weitere grundlegende Kompetenzen gefördert.

Die sprachlichen Beschreibungen und vor allem das Begründen, warum diese Muster entstehen, stellen eine große Herausforderung für die Kinder dar. Die „Übersetzungen“ der Zahlen und der Zahlbeziehungen in bildlichen Darstellungen – in Form von Punktbildern – helfen dabei, die Strukturen sichtbar zu machen. Zahlbeziehungen werden so veranschaulicht.

Die Kinder wenden hier ein grundlegendes Prinzip an, das für das Lernen von Mathematik notwendig ist: das Übersetzen in verschiedene Darstellungsebenen vom Anschaulichen zum Abstrakten, aber eben auch von der Zahlenebene in die bildliche Ebene.



# Aufräumarbeiten

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Wingertsbergschule, Lorsch
Klassenstufe	1. und 2. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Anja Fischer, Nicola Helwig, Debora Totaro
Thematische Einordnung	Klassifizieren, Reihenfolgen herstellen (Seriation)
Zeitbedarf	4 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Kunst, Deutsch
(Außerschulische) Lernorte	-





Die Idee entstand bei der Betrachtung des Buches „Die Kunst aufzuräumen“ von Ursus Wehrli. Das Finden von Sortier-/Ordnungskriterien wurde zum Arbeitsauftrag: Erstelle zu einem Material deiner Wahl ein Bild wie Ursus Wehrli und beschreibe es dann.

Die Arbeitsergebnisse und Reflexionen der SchülerInnen wurden in einem eigenen Klassen-Aufräumbuch veröffentlicht und gewürdigt.

# Forscherfragen ?

Kann ich auch so ein Bild wie der Künstler entwerfen?

Was ist das Besondere an den Bildern des Künstlers Ursus Wehrli?

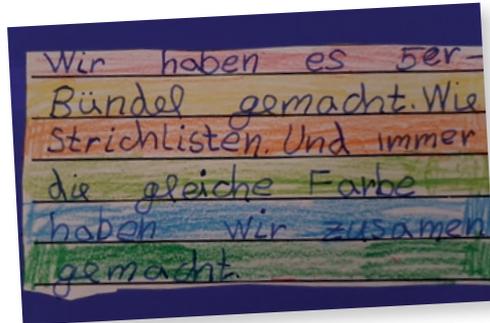
Nach welchen Kriterien wurde sortiert oder geordnet?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Entdeckendes Lernen	Verbindung der Fächer Kunst und Mathematik.	Was ist das Besondere an den Bildern des Künstlers Ursus Wehrli?	Die Kinder sind die Akteure. Sie arbeiten an ihrem Thema, in der selbstgewählter Sozialform und Schwierigkeitsgrad.	Die Kinder haben Bildbeschreibungen zu ihren künstlerischen Produkten angefertigt und dabei ihre Ordnungskriterien oder Sortierungs-/Klassifizierungsmerkmale beschrieben.
Forschendes Lernen	Einbindung des Faches Deutsch (z. B. Ordnen nach dem ABC).	Nach welchen Kriterien wurde sortiert oder geordnet?	Die Lehrkraft agiert als Impulsgeber (z. B. durch die Frage „Kannst du das noch anders aufräumen?“).	
Projektartiges Lernen	Methodisch-organisatorische Öffnung (z. B. Sozialform, Wahl des Aufgabenumfangs).	Kann ich auch so ein Bild wie der Künstler entwerfen?	Anregung der Kinder zur Selbstreflexion.	Die entstandenen Produkte wurden vorgestellt.
	Didaktisch-inhaltliche Öffnung (z. B. Aufgabenstellung, Bezug zur Erfahrungswelt der Kinder, Schwierigkeitsgrad).			

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen

# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Die Fotos der Kinder sowie die Bildbeschreibungen wurden zu einem Gemeinschaftsbuch gebunden. So erfahren die Produkte eine Wertschätzung. Das Buch liegt im Schulflur aus und wird von den IllustratorInnen, von Kindern anderer Klassen, Lehrpersonen sowie wartenden Eltern gern betrachtet.

## Lehrerstimmen:

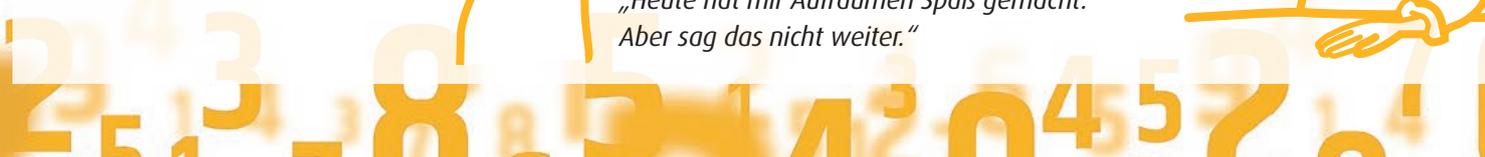
„Wenn die Kinder die nächste Stunde zu dem Thema nicht abwarten können, hat man wohl was richtig gemacht.“

## Schülerstimmen:

„Das ist Ku-The. Kunst mit Mathe. Wir haben ein neues Unterrichtsfach!“

„Können wir das morgen nochmal machen? Dann bringe ich meine Legosteine mit in die Schule.“

„Heute hat mir Aufräumen Spaß gemacht. Aber sag das nicht weiter.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Aufräumen gilt bestimmt nicht als eine der beliebtesten Tätigkeiten und das trifft nicht nur auf Kinder zu. In der Mathe.Forscher-Aktivität wird durch das ansprechende Kunst-Bilderbuch von Ursus Wehrli „Die Kunst aufzuräumen“ der Blick auf verschiedene – im Buch manchmal auch skurril anmutende – Kriterien zum Sortieren und Ordnen gelenkt und motiviert, genau dies zu tun.

Sortieren (Klassifizieren; Zusammenfassen bzw. Einteilen von einzelnen Elementen nach bestimmten Kriterien) und Ordnen (Seriation; Elemente in eine Reihenfolge bringen) stellen grundlegende mathematische Tätigkeiten dar, die vielen

mathematischen Inhalten zu Grunde liegen. Bei den kreativen Sortiertätigkeiten der Kinder in dieser Mathe.Forscher-Aktivität ist zu beobachten, dass sie sich auch Gedanken zur übersichtlichen Darstellung ihrer Sortierung gemacht haben und beispielsweise eine Bündelung in 5er-Strukturen genutzt haben.

Das Spannende beim Ordnen und Sortieren ist allerdings, dass hier sehr unterschiedliche mathematische Inhaltsbereiche relevant werden können: Sortieren und Ordnen nach „Raum und Form“, nach „Größen und Messen“, und eben auch nach numerischen Gesichtspunkten.



90 m



# Mathe in der Fußball-EM 2016

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Grundschule Heilbronn-Biberach
Klassenstufe	3. und 4. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Heike Wieland-Hukul, Sarah Frank
Thematische Einordnung	Daten, Größen und Messen
Zeitbedarf	ca. 10 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Kunst, Sport
(Außerschulische) Lernorte	Sportplatz





Diese Mathe.Forscher-Aktivität startete im Fieber der Fußball-Europameisterschaft 2016. Die Kinder sollten überlegen, wo sich Mathematik rund um den Fußball findet.

Die daraus entwickelten Forscherfragen wurden in Kleingruppen bearbeitet und auf Plakaten präsentiert. Toll daran war, dass die Kinder ihre Fußball-euphorie in den Unterricht tragen konnten.



# Forscherfragen ?

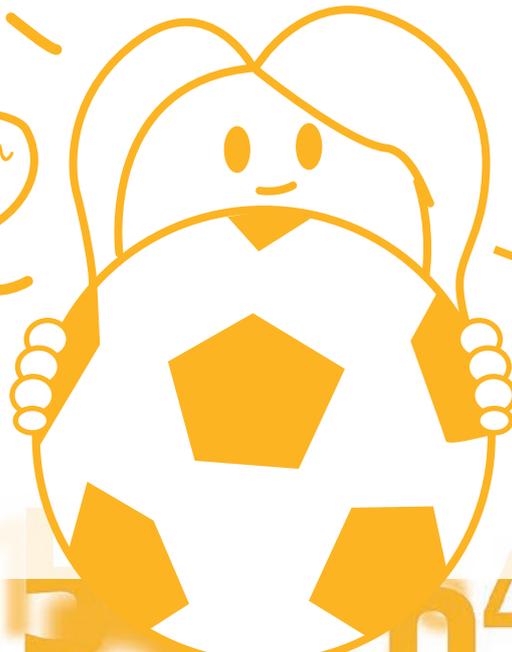
Wie sind die Maße des Fußballfeldes?

Wie weit sind die Stadien voneinander entfernt?

Wie viele Zuschauer passen in die EM-Stadien?

Wie viele Spieler nehmen an der EM teil?

Welches ist das größte Stadion?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Das Projekt wurde im Regelunterricht durchgeführt, da die Schüler während der EM im Fußballfieber waren.	Das Projekt wurde auch in den Fächern Kunst und Sport durchgeführt.	Wie viele Spieler nehmen an der EM teil?	Die Lehrperson stand während des Handelns im Hintergrund und konnte Fragen beantworten.	Lösungswege wurden präsentiert, erklärt und auf Plakaten festgehalten.
In der Welt des Fußballs gibt es sehr viele mathematische Aspekte. Diese sind auch für Kinder im Grundschulalter schon gut erforschbar.	Der Sportplatz wurde als Lernort in den Mathe-Unterricht integriert.	Wie sind die Maße des Fußballfeldes?	Die Lehrkraft konnte bei Schwierigkeiten helfen und Fachwissen beisteuern (Maßstab rechter Winkel, ...).	Das Fußballfeld wurde maßstabsgetreu auf ein großes Plakat gezeichnet.
		Wie viele Zuschauer passen in die EM-Stadien?		Das Fußballfeld wurde im Stadion markiert.
		Welches ist das größte Stadion?		Das Stade de France in Saint-Denis fasst mit 81.338 Plätzen die meisten Zuschauer.
		Wie weit sind die Stadien voneinander entfernt?		Balkendiagramme machten die Größe der Stadien sichtbar.
				Auf einer Landkarte wurden die Stadien eingezeichnet und die Entfernung eingetragen.

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen

## Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...

Stadt	Name	Plätze
France	Saint-Denis	81.338
Velodrome	Marseille	67.394
Park Olympique Lyonnais	Decines-Chapelle	58.927
Parc des Princes	Paris	51.000
Pierre-Mauroy	Villeneuve-d'Ascq	50.185



Das Thema Fußball-EM war fast ein Selbstläufer und die SchülerInnen waren hochmotiviert, ihre Forscherfragen zu beantworten. Die Themenvielfalt ermöglichte eine sehr gute Binnendifferenzierung. Jeder konnte sich den Forscherfragen widmen, bei denen er in der Lage war, sie zu bearbeiten.

### Lehrerstimmen:

*„Die Schülerinnen und Schüler hatten enorm viele Ideen und waren sehr an der Lösung ihrer selbst formulierten Forscherfragen interessiert. Viele wuchsen über sich hinaus und kamen auf tolle Ergebnisse.“*

*„Die Rolle des Lernbegleiters war zeitweise anstrengend, da manche Gruppen mit ihrer Aufgabe an ihre mathematischen Grenzen stießen.“*

### Schülerstimmen:

*„Ich hätte gar nicht gedacht, dass man beim Fußball auch so viel rechnen kann.“*

*„Jetzt weiß ich, warum gerade Linien so wichtig sind.“*





## Fachdidaktischer Kommentar

Alle zwei Jahre kommt es wieder, das Fußballfieber rund um eine Europa- oder Weltmeisterschaft, das viele Kinder und Erwachsene packt. Dieses Ereignis, das den Alltag vieler Kinder und Erwachsener zu diesen Zeiten beherrscht, bietet viele Anknüpfungspunkte zum Erforschen mathematischer Aspekte auch für Kinder in der Primarstufe. Die von den Kindern gestellten Forscherfragen in dieser Mathe-Forscher-Aktivität reichen in verschiedene mathematische Inhaltsbereiche hinein: Größen und Messen, Erhebung und Darstellung von Daten, numerische Zusammenhänge und geometrische Aspekte. Kinder lernen hier verschiedenen Möglichkeiten des Erhebens von Daten kennen, können

verschiedene Darstellungen erproben und feststellen, wie numerische Unterschiede gut sichtbar gemacht werden können. Für die Berechnung von Entfernungen der Stadien kann man die Entfernung der Luftlinie berechnen und die Auto- oder Bahnkilometer im Netz recherchieren.

Diese Daten können zu weiteren Aufgabenstellungen anregen. Die maßstabsgetreue Zeichnung eines Fußballfelds erforderte nicht nur arithmetische, geometrische und zeichnerische Fähigkeiten, sondern auch Fertigkeiten des Messens von Längen.



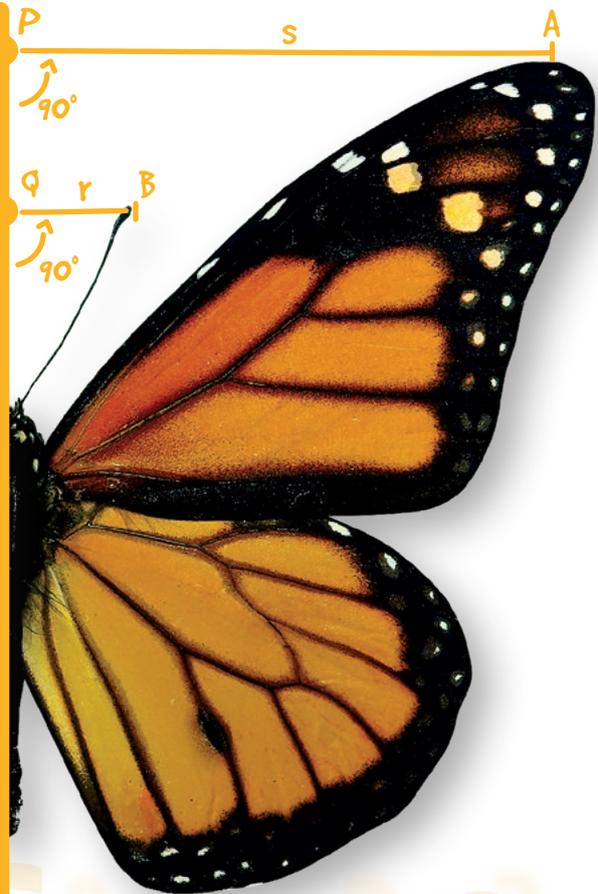


# Mathematische „Schmetterlingsgalerie“ – über Spiegelsymmetrien nachdenken

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Marie-Beschütz-Grundschule, Hamburg
Klassenstufe	2. bis 4. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Andrea Mehrhoff, Carolin Wolters, Tobias Hanisch, Martina Reider
Thematische Einordnung	Achsensymmetrie
Zeitbedarf	3 bis 6 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Kunst
(Außerschulische) Lernorte	Umgebung der Schule





Die Idee dieser Mathe.Forscher-Aktivität war, ähnlich den Schmetterlingskästen in naturkundlichen Sammlungen, spiegelsymmetrische Bilder zu sammeln und zu kommentieren. Die Kinder haben selbst Bilder erstellt oder Motive fotografiert und dort die Symmetrien erkundet. Sie haben dazu kurze Texte verfasst, die ihre Gedanken bzw. Konstruktionsideen erläutern.





# Forscherfragen ?

Ist ein Gesicht wirklich symmetrisch?

Gibt es in der Natur echte Symmetrie?

Wie zeichne ich eine spiegelsymmetrische Figur?

Wie kann ich künstlerische Elemente wie Farbfelder oder Drucke symmetrisch gestalten (Stichwort Mondrian, Faden-druck)?

Wo gibt es draußen symmetrische Dinge, z. B. auf dem Spielplatz?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
<i>Forschendes Lernen – als Aktivität im regulären Unterricht, teilweise kombiniert mit Projektstunden.</i>	<i>Integration des Fachs Kunst.</i>	<i>Ist ein Gesicht wirklich symmetrisch?</i>	<i>Den Blick auf Symmetrie lenken.</i>	<i>Verknüpfung mit der Lebenswelt durch den Abgleich von Alltagserfahrungen mit mathematischen Prinzipien.</i>
	<i>Teilweise Durchführung der Aktivität im Stadtteil.</i>	<i>Wo gibt es draußen symmetrische Dinge, z. B. auf dem Spielplatz?</i>	<i>In Gruppengesprächen helfen, Forscherfragen genau zu formulieren.</i>	<i>Symmetrieachsen in die Fotos einzeichnen.</i>
	<i>Ausstellung in der Kunstklinik in Zusammenarbeit mit dem Stadtteilkulturhaus.</i>	<i>Gibt es in der Natur echte Symmetrie?</i>	<i>Werkzeuge bereitstellen, Umgang mit diesen erklären und Übungen dazu anleiten.</i>	<i>Nachmessen auf den Fotos: Stimmt der Eindruck von Symmetrie?</i>
		<i>Wie kann ich künstlerische Elemente wie Farbfelder oder Drucke symmetrisch gestalten (Stichwort Mondrian, Fadendruck)?</i>	<i>Beraten, loben und ermutigen.</i>	<i>„Eine spiegelsymmetrische Figur konstruiert man so: ...“ – eigene Wege für Konstruktionen finden.</i>
		<i>Wie zeichne ich eine spiegelsymmetrische Figur?</i>	<i>Abläufe strukturieren, Zeit im Blick behalten, Ausstellung organisieren und Kontakte knüpfen.</i>	<i>„Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn ...“ – mathematische Eigenschaften formulieren.</i>
				<i>„Mathematische Symmetrie ist genauer, als man sie herstellen kann.“</i>

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





## Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Es ist besonders gut gelungen, den mathematischen Blick auf den Alltag bzw. die Lebenswelt der SchülerInnen zu werfen und somit beides sinnvoll miteinander zu verbinden: „Symmetrien machen die Welt schön, deshalb findet man sie an vielen Orten und erkennt sie auch. Sie sind aber nicht immer ganz genau!“

### Lehrerstimmen:

„Es ist bereichernd zu sehen, dass bei diesen Themen beinahe alle Kinder einen Zugang finden. Gerade Kindern, denen Mathe zu anstrengend wird, profitieren vom Lebensweltbezug und der Motivation. Man kann den Kindern viel zutrauen, wenn sie ein eigenes Ziel erkennen und verfolgen, wie beispielsweise die Lösung einer Forscherfrage oder das Vorbereiten einer Ausstellung. Richtig Spaß macht es, mit Kollegen zusammen an solchen besonderen Unterrichtseinheiten gemeinsam zu werkeln. Dafür nimmt man auch die eine oder andere Stunde Mehrarbeit in Kauf, die eine Ausstellung dann doch immer mit sich bringt.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Der hier verfolgte Ansatz, Alltagsphänomene mit der mathematischen Brille zu betrachten, konnte alle SchülerInnen ansprechen. Sie erkundeten auf eigene Faust Spiegelsymmetrien, entdeckten im Kleinen und im Großen symmetrische Objekte und analysierten sie.

Es wurde dabei auch bemerkt, dass es einen Unterschied gibt zwischen dem, was das Auge sieht, und dem, was beim Nachmessen herauskommt, z. B. wenn man ein Gesicht auf einem Foto betrachtet. Andere SchülerInnen versuchten herauszubekommen, wie man eine Zeichnung gestalten muss, damit sie spiegelsymmetrisch wird.

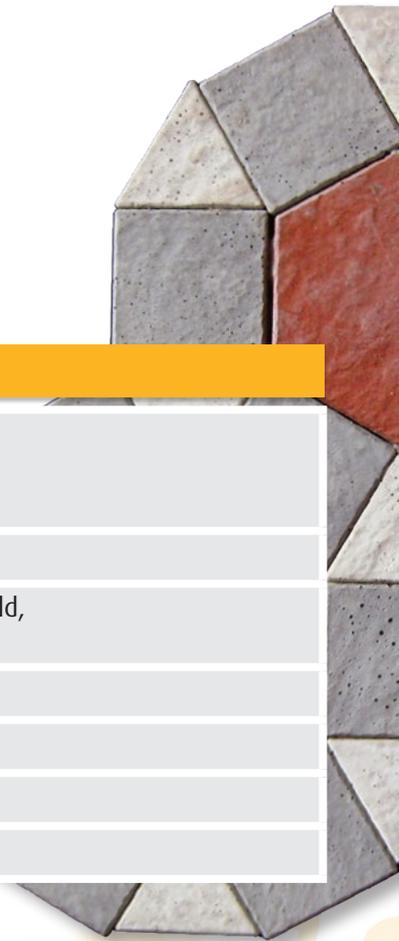
Auf diese Weise wurde das Phänomen der Achsensymmetrie nicht nur nachvollzogen, sondern forschend ergründet und mit der Lebenswelt der SchülerInnen direkt verknüpft.

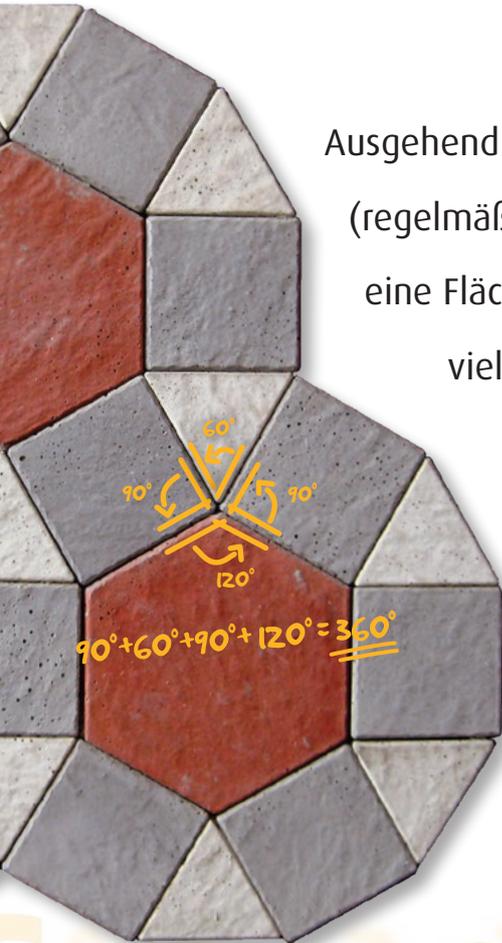


# Mathematik entdecken – Parkettierungen

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Grundschule an der Gete, Bremen Neue Oberschule Gröpelingen, Bremen Oberschule Helgolander Straße, Bremen
Klassenstufe	2. bis 7. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Karoline Witte, Thomas D'Héning, Christian Hunold, Gundel Timm, Helene Rosenko
Thematische Einordnung	Parkettierungen
Zeitbedarf	4 bis 10 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	ggf. mit Kunst
(Außerschulische) Lernorte	städtisches Umfeld (Straßenpflaster etc.)





Ausgehend von vorgegebenen geometrischen Figuren (regelmäßigen n-Ecken) erforschten die SchülerInnen, wie man damit eine Fläche möglichst lückenlos auslegen kann. Sie stießen dabei auf viele substantiell mathematische Fragen, denen sie dann weiter nachgehen konnten.

Das Besondere an dieser Mathe.Forscher-Aktivität war, dass sie parallel in der Grundschule und an zwei Oberschulen durchgeführt wurde.



# Forscherfragen ?

Wann gibt es keine Lücke an den Ecken?

Ist das Muster der Parkettierung symmetrisch?

Mit welchen Formen und Formkombinationen lässt sich die Fläche auslegen?

Warum kann ich es nicht mit regelmäßigen 5-Ecken machen?

Können mit gleichen Formen unterschiedliche Muster entstehen?

Was ist die Grundform bzw. das Grundmuster?



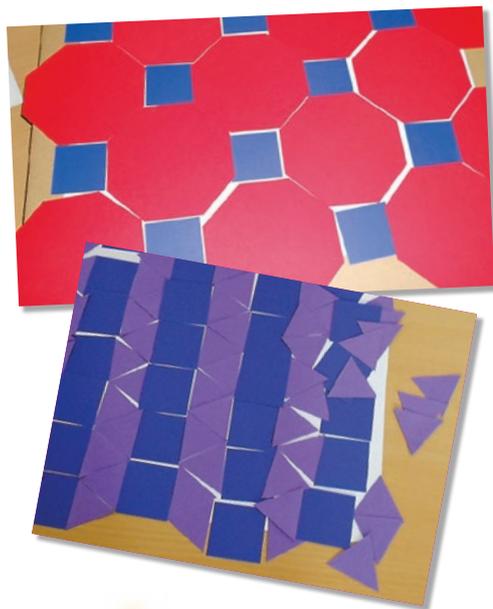
Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
<i>Forschendes Lernen im Regelunterricht – schulartübergreifend parallel durchgeführt.</i>	<i>Handlungsorientierte Herangehensweise.</i>	<i>Mit welchen Formen und Formkombinationen lässt sich die Fläche auslegen?</i>	<i>Den Anfangsimpuls geben (durch das vorbereitete Material) und dann viel Raum für die ersten Erkundungen geben.</i>	<i>Definition einer Parkettierung als lückenlose Bedeckung.</i>
	<i>Ausgewiesene Phasen im Unterricht für die Diskussion von Ideen und Erkenntnissen.</i>	<i>Können mit gleichen Formen unterschiedliche Muster entstehen?</i>	<i>Während der Arbeitsphasen: Wertschätzung der Ergebnisse / der Produkte. Hilfe zur Reflexion und Ausformulierung der Forscherfragen, Anregungen und Vertiefungen.</i>	<i>Winkel korrekt messen.</i>
	<i>Intensiver kollegialer Austausch.</i>	<i>Wann gibt es keine Lücke an den Ecken?</i>		<i>Winkelsummen als Kriterium formulieren.</i>
		<i>Warum kann ich es nicht mit regelmäßigen 5-Ecken machen?</i>	<i>Während der Forscherrunde: Moderation, Hilfestellung, Anregungen und Motivation zum Weiterforschen.</i>	<i>Forscherfragen und Erkenntnisse schriftlich dokumentieren.</i>
		<i>Ist das Muster der Parkettierung symmetrisch?</i>		<i>Vermutungen gemeinsam diskutieren.</i>
		<i>Was ist die Grundform bzw. das Grundmuster?</i>		

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





## Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Ein schönes Projekt, um die mathematische Entwicklung der SchülerInnen zu beobachten: vom Bildlegen (z. B. eine Blume) bis hin zum Anordnen von strukturierten Flächen als Ergebnis des Denkprozesses. Viel Zeit und viel Zuwendung sind manchmal nötig, aber die SchülerInnen machen Fortschritte, die auch für sie selbst greifbar sind.

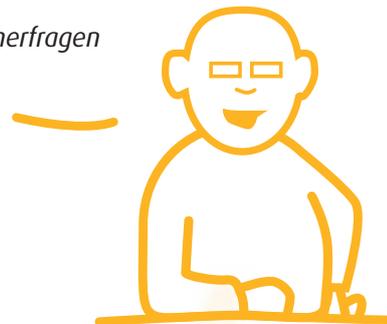
### Lehrerstimmen:

*„Ein Grundmuster zu finden, ist nicht immer so einfach!“*

*„Die Schülerinnen und Schüler haben viele Forscherfragen formuliert und auch beantwortet.“*

*„Es wurden einige allgemeine Regeln für Parkettierungen gefunden.“*

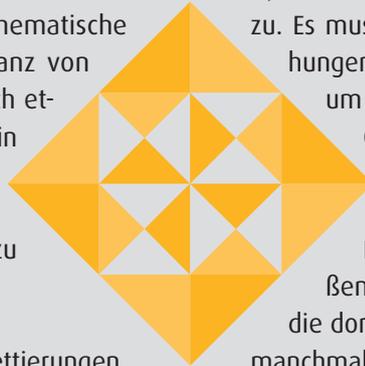
*„Wir haben sehr von der gegenseitigen schulartübergreifenden Hospitation profitiert!“*



## Fachdidaktischer Kommentar

Parkettierungen eignen sich sehr gut, um SchülerInnen auf Erkundungsreisen zu schicken. Mathematische Fragestellungen ergeben sich meist ganz von selbst, insbesondere dann, wenn plötzlich etwas nicht zusammenpasst, also Lücken in der Parkettierung bleiben. Die Frage nach dem Warum führt zu Betrachtungen über Winkel und Winkelsummen und somit zu einer mathematischen Erklärung.

Das Erkennen von Grundmustern in Parkettierungen, die aus verschiedenartigen Formen zusammengesetzt



sind, lässt auch schnell mathematische Argumentationen zu. Es muss über geometrische Abbildungen wie Drehungen und Verschiebungen argumentiert werden, um zu zeigen, dass ein bestimmter Ausschnitt als Grundmuster angesehen werden kann.

Eine Erweiterung der Forscheraktivität zu Parkettierungen wäre, sich vorhandene Straßen- oder Gehwegpflasterungen anzusehen und die dort vorhandenen Steine zu rekonstruieren, was manchmal überraschend schwierig ist. Hierbei kommen auch wieder viele mathematische Aspekte ins Spiel.

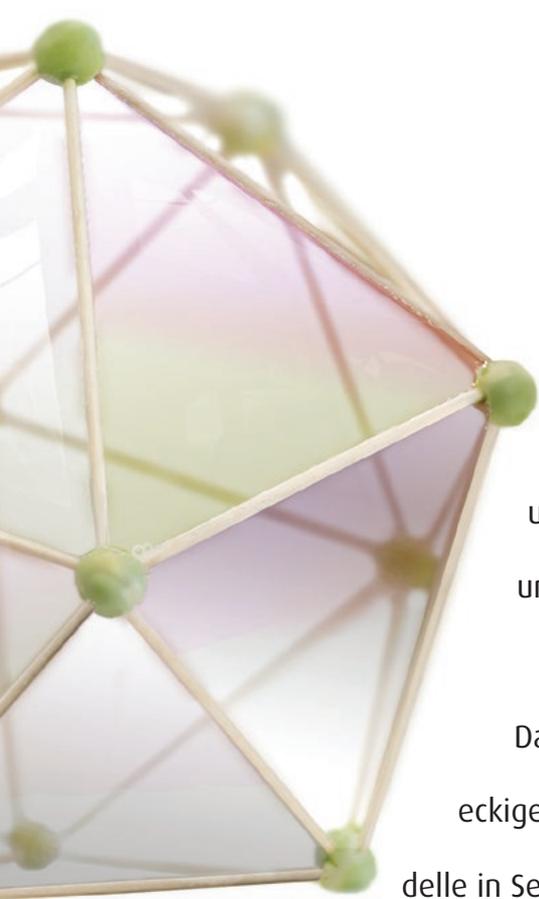


# Eckige Seifenblasen? – Dank Mathematik kein Problem!

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Unterschiedliche Grundschulen in Heidelberg
Klassenstufe	4. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Astrid Merkel
Thematische Einordnung	Grundbegriffe der Geometrie
Zeitbedarf	4 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Werk- und Kunstunterricht
(Außerschulische) Lernorte	-

$$E - K + F = 2$$



Bei diesem Projekt ging es um die Unterscheidung von Flächen und Körpern, insbesondere das Kennenlernen der Platonischen Körper. Die SchülerInnen bauten Modelle der Körper mit Erbsen und Zahnstochern und machten Experimente mit Seifenblasen und Kantenmodellen.

Dabei wurde ein besonderer Schwerpunkt auf die Erforschung von eckigen Seifenblasen gelegt, die entstehen, wenn man die Kantenmodelle in Seifenlauge taucht.



# Forscherfragen ?



Was unterscheidet Flächen und Körper?



Wodurch unterscheiden sich Platonische Körper von anderen Körpern?



Warum sind manche Körper stabiler als andere?



Wie viele Zahnstocher und Erbsen brauche ich für einen Würfel?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Entdeckendes Lernen.	Arbeiten mit ungewöhnlichen Materialien.	Warum sind manche Körper stabiler als andere?	Die SchülerInnen bekommen eine aktive Rolle, da sie die Unterscheidung der Körper selbst erarbeiten und dann die Platonischen Körper selbstständig bauen.	Körper, bei denen die Zahnstocher Dreiecke bilden, sind am stabilsten!
Forschendes Lernen.	Kooperation mit dem Werk- bzw. Kunstunterricht.	Was unterscheidet Flächen und Körper?	Der Schwierigkeitsgrad passt sich durch das motorische Geschick der SchülerInnen automatisch an.	Die SchülerInnen erkennen die unterschiedlichen Körper auch in ihrer Umgebung (Schwamm, Würfel, Pyramide etc.)
Projektartiges Lernen.		Wodurch unterscheiden sich Platonische Körper von anderen Körpern?	Unterstützung beim Bau der Platonischen Körper.	Die SchülerInnen erkennen, dass das Dach des Olympiaparks in München ebenfalls eine Minimalfläche darstellt.
		Wie viele Zahnstocher und Erbsen brauche ich für einen Würfel?		Ein Würfel braucht 8 Erbsen und 12 Zahnstocher.
				Eine Dreiecks-Pyramide braucht 4 Erbsen und 6 Zahnstocher.

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Das „Begreifen“ und „Erarbeiten“ der Platonischen Körper mithilfe von Erbsen und Zahnstochern, also die eigene haptische Erfahrung, ermöglichte den Schülerinnen und Schülern einen anderen, neuen Zugang zur räumlichen Mathematik. Eine Binnendifferenzierung war völlig problemlos möglich, da die SchülerInnen das Tempo und die Körper, die sie bauen wollten, selbst bestimmen konnten.

## Lehrerstimmen:

*„Ich fand es spannend, die Schülerinnen und Schüler beim Entdecken und Forschen der verschiedenen Körper und Seifenblasen zu beobachten. Sie lassen sich aufgrund ihres natürlichen Forschergeistes völlig auf das Projekt ein – das ist großartig.“*

## Schülerstimmen:

*„Machen wir jetzt immer so Mathe-Unterricht?“*

*„Das Basteln mit den Erbsen und Zahnstochern hat mir viel Spaß gemacht. Ich konnte mir so die Körper viel besser vorstellen.“*

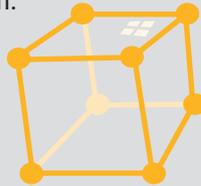


## Fachdidaktischer Kommentar



Geometrie eignet sich von Anfang an als besonderes Betätigungsgebiet für das forschende-entdeckende Lernen. Der Aufforderungscharakter der Materialien bei dieser Aktivität ist enorm.

Das selbstständige Herstellen der Kantenmodelle fördert die Begriffsbildung zu geometrischen Objekten wie Ecken und Kanten ebenso wie zu Lagebeziehungen – wie parallel und senkrecht.



Besonders spannend wird es, wenn die SchülerInnen plötzlich Hypothesen generieren und in die Lage versetzt werden, diese selbst zu überprüfen.

Diese Erfahrung steigert die Selbstwirksamkeit, da sie zeigt, dass man in der Mathematik durch eigene Überlegungen seine Lösung überprüfen kann. Mit dieser Erfahrung kann man die SchülerInnen nicht früh genug konfrontieren.



# Klingende Mathematik – Zahlen in der Musik erleben

f~h

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Heinrich-Hertz-Schule, Hamburg / Stadtteilschule
Klassenstufe	6. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Tanja Neuschmidt, Jürgen Kowalewski, Conny Klein, Dominic Böhm, Christine Stehmann
Thematische Einordnung	Symmetrien, Kombinatorik, Zuordnungen, Folgen
Zeitbedarf	1 Tag
Kooperation mit anderen Fächern	Musik
(Außerschulische) Lernorte	Musikfachraum





Ein Projekttag, an dem Zahlenverhältnisse in der Musik erforscht wurden: Erkennen von Mustern und Zahlen anhand eines zweistimmigen Musikstücks, Erkunden von kombinatorischen Möglichkeiten mit 5 Tönen, Erproben und Dokumentieren der zu den Füllhöhen von Flaschen zugehörigen Tonhöhen sowie die Vertonung von Zahlenfolgen.

Am Ende dieser Gruppenarbeiten stand ein Konzert, in dem die erarbeiteten Ergebnisse musikalisch und mathematisch präsentiert wurden.



# Forscherfragen ?

Wie kann ich die Töne oder Rhythmen anders kombinieren? Auf wie viele verschiedene Weisen geht das?

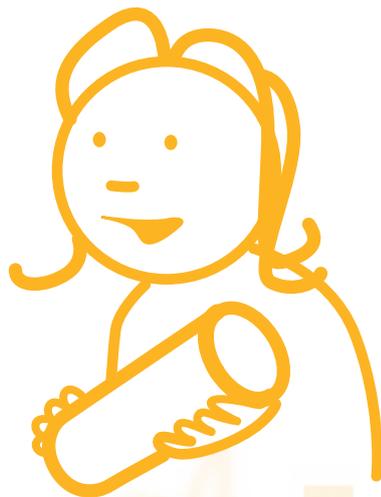
Gibt es wiederkehrende Muster in den Noten, z. B. Tonfolgen, die sich wiederholen?

Gibt es Symmetrien in den Noten?

Wie bringt man eine Zahlenfolge zum Klingen?

Hängt die Füllhöhe der Flaschen mit der Tonhöhe zusammen? Wie?

Welche Zahlen kann man in einem Musikstück finden?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Projekttag für die gesamte Klassenstufe.	Kooperation mit dem Fachbereich Musik.	Welche Zahlen kann man in einem Musikstück finden?	Explizite Aufforderung, als ForscherIn tätig zu werden.	Kombinatorische Möglichkeiten werden farblich dargestellt.
	Mathematik im Musikfachraum.	Gibt es wiederkehrende Muster in den Noten, z. B. Tonfolgen, die sich wiederholen?	Arbeitsauftrag bewusst offen halten.	Symmetrien im Notenbild werden grafisch hervorgehoben.
	Klassenübergreifende Aufführung.	Gibt es Symmetrien in den Noten?	SchülerInnen werden unterstützt, individuell vorzugehen.	Die Umsetzung einer Zahlenfolge in eine Melodie mit begrenztem Tonvorrat lässt sich über Modulo-Rechnung realisieren.
		Wie kann ich die Töne oder Rhythmen anders kombinieren? Auf wie viele verschiedene Weisen geht das?		Füllhöhe und Tonhöhe werden grafisch in Zusammenhang gebracht.
		Hängt die Füllhöhe der Flaschen mit der Tonhöhe zusammen? Wie?		SchülerInnen präsentieren die Ergebnisse bei einer Aufführung.
		Wie bringt man eine Zahlenfolge zum Klingen?		

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen



# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Es ist ganz wesentlich, dass die Musik nicht nur analysiert wird, sondern dass alle beteiligten Klassen, unabhängig davon, ob die SchülerInnen Musikinstrumente spielen können, auch musizieren, z. B. auf Flaschen blasen oder Boomwhackers spielen. Macht eure Matheohren auf! Hier wird Mathematik nicht nur sichtbar, sondern auch hörbar.

## Lehrerstimmen:

„Die Schülerinnen und Schüler haben sich überraschend gut auf das Thema eingelassen und haben an dem Tag Spaß gehabt. Es ist ein Beitrag dazu, ihnen die Augen dafür zu öffnen, dass Mathematik überall ist. Jedes positive Erlebnis im Zusammenhang mit Mathematik kann dazu beitragen, das Fach später nicht pauschal zu verteufeln.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Im Verlauf dieses Projekttages konnten die SchülerInnen erfahren, dass es vielfältige Verbindungen zwischen Musik und Mathematik gibt. Für viele war das eine Überraschung.

Dadurch, dass hier z.B. mit den verschiedenen Möglichkeiten, bestimmte Töne miteinander zu kombinieren, gearbeitet wurde, haben die SchülerInnen gleichzeitig eine Kompositionstechnik kennengelernt. Damit können sie selber neue Musikstücke erfinden und erleben gleichzeitig das Phänomen, dass es sehr viele unterschiedliche Kombinationsmöglichkeiten gibt.

Mathematische Phänomene wurden in dieser Mathe.Forscher-Aktivität hörbar gemacht, also mit einem Sinneskanal verbunden, der sonst im Mathematikunterricht nur eine untergeordnete Rolle spielt.

Dass mathematische Tätigkeiten nachher gemeinsam musiziert werden können, schafft positive Emotionen und erweitert die Sichtweise auf beide Fächer.



# Die vielfältige Welt der Schokolinsen

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Schulzentrum am Wört, Tauberbischofsheim
Klassenstufe	7. Klasse (Hauptschule)
LehrerIn / AutorIn	Tobias Plonka, Niko Götz
Thematische Einordnung	Daten und Zufall
Zeitbedarf	6 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Technik
(Außerschulische) Lernorte	Technikraum




$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Die SchülerInnen wurden bei dieser Aufgabenstellung angehalten, eigene Fragestellungen zum Thema Schokolinsen zu finden. Dabei kamen vielfältige Vorschläge: z. B. die Ermittlung der Häufigkeiten der einzelnen Schokolinsenfarben verschiedener Hersteller.

Zur Veranschaulichung fanden die SchülerInnen kreative Darstellungsmöglichkeiten – ein Säulendiagramm wurde sogar aus Holz gebaut!

# Forscherfragen ?

Wie viele Schokolinsen jeder Farbe gibt es im Durchschnitt?

Sind da (in jeder Tüte) gleich viele drin?

Schmecken sie anders?

Wie viel kostet eine (einzelne) Schokolinse?

Wie viele von jeder Farbe sind drin?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Durchführung als Projekt im Regelunterricht.	Da es bei statistischen Dingen auch immer um das „Messen“ geht, wurde diese Aktivität gemeinsam mit dem Fach Technik durchgeführt.	Wie viele von jeder Farbe sind drin?	Das Handeln der SchülerInnen stand im Fokus.	Bei einer einzelnen Verpackung sind die Farben sehr unterschiedlich verteilt.
Entdeckt haben die SchülerInnen Dinge aus ihrem Alltag.		Schmecken sie anders?	Bei Problemen haben wir versucht, diese gemeinsam im Plenum zu lösen.	Über alle Verpackungen gerechnet kommen alle Farben, bis auf Orange, gleich oft vor.
		Wie viel kostet eine (einzelne) Schokolinse?	Den SchülerInnen war klar, dass auch der Lehrer beim Thema Schokolinsen nicht immer weiß, „wohin die Reise geht“.	Preis pro Schokolinse: $169 \text{ ct} : 130 = 1,3 \text{ ct/Schokolinse}$
		Sind da (in jeder Tüte) gleich viele drin?	Das Projekt bietet die Chance, Schülerideen einen größeren Platz einzuräumen.	In einer höheren Jahrgangsstufe könnte man die Ergebnisse auch durch einen Hypothesen-Test prüfen.
		Wie viele Schokolinsen jeder Farbe gibt es im Durchschnitt?	Während der Projektarbeit stand der Lehrer beratend zur Verfügung.	

# Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





## Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Ein schönes Projekt, das in allen Schularten durchgeführt werden kann. Den „Schwierigkeitsgrad“ bestimmen die Schülerinnen und Schüler dabei selbst durch ihre eigenen Fragestellungen – seien Sie gespannt, welches Potential und Durchhaltevermögen in Ihren SchülerInnen steckt, wenn es um diese leckeren Köstlichkeiten geht!

### Lehrerstimmen:

*„Beeindruckt hat mich vor allem, dass auch die sonst eher schwächeren Schülerinnen und Schüler unglaublich motiviert bei der Sache waren, um die eigenen Fragestellungen zum Thema Schokolinsen zu beantworten!“*

### Schülerstimmen:

*„Wie lange dauert denn unser Schokolinsenprojekt noch an? Müssen wir danach wieder normalen Unterricht machen?“*





# X-beliebig – Terme mit einer Variablen

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Kurfürst-Friedrich-Gymnasium, Heidelberg
Klassenstufe	6. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Astrid Merkel
Thematische Einordnung	Terme und Variablen
Zeitbedarf	6-8 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	-
(Außerschulische) Lernorte	Alltagsumgebung



$$\text{Anzahl} = 4 \cdot (1 + 3n + n^2)$$

Alles begann mit einer Quadratkette aus Streichhölzern als Beispiel für einen Term, der an der Tafel vorgestellt wurde. Dies bildete die Einführung in das Hauptthema „Term mit einer Variablen“.

Die SchülerInnen sollten mit Bierdeckeln, Münzen, Streichhölzern und Würfeln selbst Terme erarbeiten. Die Resultat und auch der Lerneffekt bei den SchülerInnen war erstaunlich.



# Forscherfragen ?

Wie viele Münzen braucht man für ein Sechseck?

Wie viele Plättchen braucht man für ein Dreieck?

Wie hoch wird der Bierdeckel-Turm, wenn man für die unterste Etage 99 Bierdeckel verbaut?

Wie viele Streichhölzer benötigt man für ein „Spinnennetz“?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Entdeckendes, erforschendes Lernen.	Öffnung durch Alltagsgegenstände und außerrcurriculare Lerninhalte.	Wie hoch wird der Bierdeckel-Turm, wenn man für die unterste Etage 99 Bierdeckel verbaut?	Man stand als Lehrer „nur“ begleitend und impulsgebend zur Seite. Ein motivierendes Wort oder ein kurzer Hinweis reichte oft schon aus, um das Weiterarbeiten zu unterstützen.	Zum einen erkannten die SchülerInnen, dass auch in Alltagsgegenständen (Bierdeckel, Münzen etc.) Mathematik stecken kann, zum anderen erforschten die SchülerInnen sehr intuitiv die Sechseckzahlen, die quadratischen Pyramidalzahlen sowie die Dreieckszahlen.
Projekt während des Regelunterrichts.		Wie viele Streichhölzer benötigt man für ein „Spinnennetz“?		
		Wie viele Münzen braucht man für ein Sechseck?	Alle Ideen wurden in der Gruppenphase ernst genommen und konstruktiv sowie kontrovers diskutiert.	Die SchülerInnen leiteten sich selbstständig die Gaußsche Summenformel her.
		Wie viele Plättchen braucht man für ein Dreieck?		Die Spinnennetzzahlen Anzahl = $4 \cdot (1 + 3n + n^2)$
				Die Sechseckzahlen Anzahl = $1 + 6 \cdot \frac{n \cdot (n-1)}{2}$

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Je mehr man sich mit diesem Thema beschäftigt, desto spannender wird es. Hier steckt wahnsinnig viel Mathematik drin. Das hätte man am Anfang gar nicht erwartet. Theoretisch würde es sich auch als Thema für die Oberstufe anbieten, denn es knüpft durch die figurierten Zahlen an Zahlentheorie sowie an Folgen und Reihen an.

## Lehrerstimmen:

*„Erstaunlich fand ich, dass Sechseck-, Tetraeder- und Dreieckszahlen in einem Regelunterricht Platz finden und dass die Schüler hier auch jeweils den passenden Term erarbeiteten.“*

*„Es war toll, die Kreativität beim Aufstellen der Forscherfragen und beim ‚Bauen‘ der Terme zu beobachten. Es zeigte sich einmal mehr, wie eine handlungsorientierte Arbeitsphase die Schüler voranbringt.“*

## Schülerstimmen:

*„Es hat Spaß gemacht, weil man selber experimentieren konnte.“*



## Fachdidaktischer Kommentar

Terme und Variablen sind ein sehr technisches Gebiet der Schulmathematik. Kaum ein Bereich wird weniger mit Anwendungen in Verbindung gebracht als dieser. Denn meist geht es nur um rein technische Aspekte wie Termumformungen also das Ausmultiplizieren oder das Vereinfachen von Termen und weniger um Termerzeugung.

Der Variablenbegriff wird so kaum durchdrungen und die verschiedenen Aspekte von Variablen nicht erkannt. Durch diese kreative Mathe.Forscher-Aktivität wird eine Brücke zwischen besonderer Darstellung und technischen Elementen der Mathematik geschlagen.

Es gelingt durch das besondere Material und das Legen von geometrischen Mustern, das Bedürfnis zu erzeugen, Anzahlen durch Terme zu beschreiben. Es findet also in natürlicher Weise der Übergang von Anschauung zur Abstraktion statt.

Ein Grundprinzip der Mathematik wird dadurch erfahrbar. Dies ist ein äußerst kreativer Prozess und lässt die Kinder spüren, wie es ist, Mathematik selber zu treiben und zu erfinden.



$$\rho_{\text{Elefant}} = \frac{m_{\text{Elefant}}}{V_{\text{Elefant}}}$$

## Mathematik im Zoo

### Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Kurfürst-Friedrich-Gymnasium, Heidelberg
Klassenstufe	6. und 7. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Astrid Merkel
Thematische Einordnung	Arbeiten mit Größen
Zeitbedarf	6 bis 8 Unterrichtsstunden plus Zoobesuch
Kooperation mit anderen Fächern	Optional: Biologie, Deutsch oder Kunst
(Außerschulische) Lernorte	Zoo, Computerraum





Mathematik und Zoo haben auf den ersten Blick nichts miteinander zu tun, aber es stellte sich beim ersten Zoobesuch und bei dem entsprechenden Perspektivwechsel schnell heraus, dass das Gegenteil der Fall ist. Das heißt: Ein ganz wesentlicher Bestandteil dieser Mathe.Forscher-Aktivität war der Zoobesuch zum Erarbeiten der Forscherfragen vor Ort.

Es wurden Berechnungen und Modellierungen vorgenommen.

Die SchülerInnen arbeiteten an den Forscherfragen und machten durch ihre Präsentation die verwendete Mathematik vor ihrer Klasse sichtbar.

Eine abschließende Reflexion rundete die Mathe.Forscher-Aktivität ab.

# Forscherfragen ?

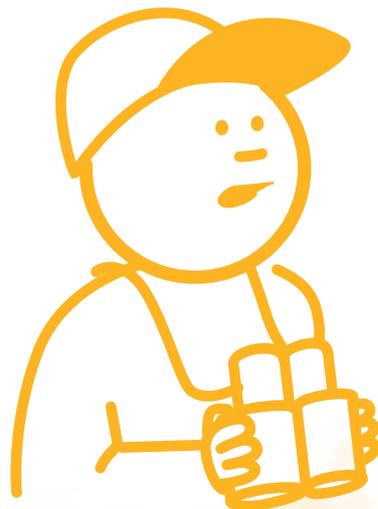
Welches Volumen hat ein Elefant?

Welchen Flächeninhalt hat der komplette Zoo?

Ist die Größe des Tiergeheges proportional zur Größe des Tieres?

Was ist der ideale Weg, um auf möglichst kurzem Weg alle Tiere zu sehen?

Wie viele Besucher kommen täglich/jährlich in den Zoo?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
<p><i>Projektorientierter, offener Unterricht.</i></p>	<p><i>Computerraum und Zoo.</i></p>	<p><i>Welches Volumen hat ein Elefant?</i></p>	<p><i>SchülerInnen die aktive Rolle geben – sowohl bei dem Aufstellen der Forscherfragen als auch beim Bearbeiten/Lösen ihrer Aufgabe.</i></p>	<p><i>Die SchülerInnen entdecken, dass Mathematik nicht nur in der Schule eine Rolle spielt. Sie hinterfragen die Ergebnisse im Kontext.</i></p>
	<p><i>Optional: Kooperation mit Biologie, Deutsch oder Kunst.</i></p>	<p><i>Ist die Größe des Tiergeheges proportional zur Tiergröße?</i></p>		
		<p><i>Was ist der ideale Weg, um auf möglichst kurzem Weg alle Tiere zu sehen?</i></p>	<p><i>Sämtliche Ideen der SchülerInnen aufnehmen, auch wenn von vornherein ersichtlich ist, dass es in die falsche Richtung führt.</i></p>	
		<p><i>Wie viele Besucher kommen täglich/jährlich in den Zoo?</i></p>		
		<p><i>Welchen Flächeninhalt hat der komplette Zoo?</i></p>		

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen

# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Man sollte sich öfter trauen, den Mathematikunterricht mithilfe der Mathe.Forscher-Dimensionen zu öffnen. Es entstehen sehr interessante und bemerkenswerte Fragestellungen und Lösungen. Man hat so die Möglichkeit, durch individuelle Gruppenarbeit die SchülerInnen dort abzuholen, wo sie sind.

## Lehrerstimmen:

*„Auf einige der Forscherfragen wäre ich selbst nie gekommen. Bedingt durch die ‚andere Lehrerrolle‘ hatte ich einen veränderten Zugang zu den Schülerinnen und Schülern. Schwächere und/oder stille Schülerinnen und Schüler haben sich in ihren Gruppen viel mehr zugetraut.“*



## Schülerstimmen:

*„Ich fand das Projekt gut, auch wenn unsere Berechnung zur Dichte des Elefanten nicht ganz richtig war. Nach unserer Berechnung hätte der Elefant die Dichte von Bronze ...“*



*„Es war sehr interessant. Ich sehe den Zoo jetzt mit anderen Augen und, egal wo ich hingehe, ich finde die Mathematik immer wieder.“*



## Fachdidaktischer Kommentar

Das Zoo-Projekt ist eine klassische Art, die Perspektive der SchülerInnen zu ändern und diese selbst mathematische Fragestellungen zu realen Gegebenheiten entwickeln zu lassen.

Dies kann man auch in einem geeigneten Museum oder in einem Schwimmbad machen. Dass diese Mathe.Forscher-Aktivität dann noch an einem außerschulischen Lernort stattfindet, erhöht die Motivation der Beteiligten. Ideal ist es zudem, dass es sich bei den Forscherfragen zumeist um Fragen zu Größen handelt. Dadurch entwickeln

die SchülerInnen ein ganz anderes Verhältnis zu und bessere Vorstellung von Längen- und Flächenmaßen.

Dass man aber auch über den Tellerrand hinausschauen kann, belegen Forscherfragen zur Optimierung und Graphentheorie (Wie ist der optimale Weg durch den Zoo?).



$$v = s/t$$

## Geschwindigkeiten in unserer Umgebung

### Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Albert-Schweitzer-Gymnasium, Neckarsulm
Klassenstufe	7. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Stefanie Schwemlein
Thematische Einordnung	Physikalische Größen
Zeitbedarf	6 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Physik
(Außerschulische) Lernorte	Nahegelegene Tempo 30-Zone





In diesem Projekt ging es darum, die SchülerInnen Geschwindigkeiten messen und vergleichen zu lassen.

Aber wie stellt man das eigentlich an? Welche Methoden gibt es und wie genau sind diese Methoden?

Die Arbeitsgruppen verfolgten unterschiedliche Ansätze und präsentierten Ihre Ergebnisse vor der Klasse. Es folgte eine rege Diskussion über Vor- und Nachteile der Meßmethoden.

In Einem waren sich alle einig: Einige Autos fahren viel zu schnell!



## Forscherfragen ?

Könnte das Ordnungsamt aufgrund unserer Messergebnisse Strafzettel verteilen?

Wie erhalten wir möglichst genaue Messwerte?

Halten sich die Autofahrer an das Geschwindigkeitslimit in der 30er-Zone?

Wie können wir entscheiden, ob die Geschwindigkeit im erlaubten Bereich von maximal 30 km/h liegt?

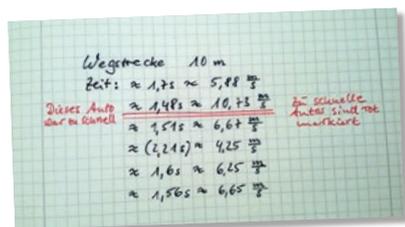
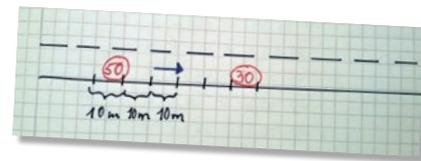


Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Durchführung der Mathe.Forscher-Aktivität in drei aufeinander folgenden Doppelstunden im Fach Physik.	Ein physikalisches Thema wird mit mathematischen Hilfsmitteln untersucht.	Wie erhalten wir möglichst genaue Messwerte?	Zur Verfügung gestelltes Material: Stoppuhren, 25m-Maßband, Kreide	Um Messfehler zu reduzieren, bilden wir den Mittelwert aller Messergebnisse zu einem Auto auf einem Streckenabschnitt.
Die Messergebnisse der Partnerarbeit und deren Auswertung führen zu einem Ergebnis für die gesamte Klasse.	Aufsuchen außerschulischer Lernumgebung: Erfassung der Messergebnisse an der nahegelegenen Verkehrsstraße mit Tempo-30-Zone.	Halten sich die Autofahrer an das Geschwindigkeitslimit in der 30er-Zone?	Assistenz bei der Gewinnung der Messergebnisse: Tipps und Tricks, damit die SchülerInnen möglichst genaue Werte messen und mehrere Messwerte für ein Auto auf einem Streckenabschnitt erhalten.	Die Messwerte werden mithilfe von Geschwindigkeitsdiagrammen dargestellt.
	Optional: Zweite Messung beim Übergang von der 50er-Zone in die 30er-Zone.	Wie können wir entscheiden, ob die Geschwindigkeit im erlaubten Bereich von maximal 30 km/h liegt? (Versuchsergebnisse liegen in m/s vor.)	Hilfestellung: Herleitung für Umrechnung der Einheit 1 m/s in die Einheit 1 km/h im Unterrichtsgespräch.	Umrechnungsformel: $30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{30000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{30 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$
		Könnte das Ordnungsamt aufgrund unserer Messergebnisse Strafzettel verteilen?	Moderation der Schülerdiskussion.	SchülerInnen entdecken den Einfluss der Geschwindigkeit auf das s-t-Diagramm: Steigung im s-t-Diagramm entspricht der Geschwindigkeit.

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen



# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Bei den Messungen sollte man sich auf Tempo-30-Zonen beschränken!

## Lehrerstimmen:

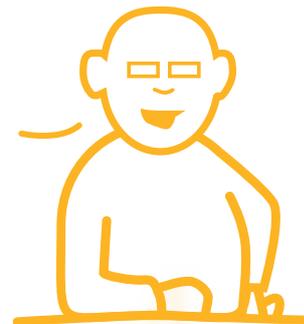
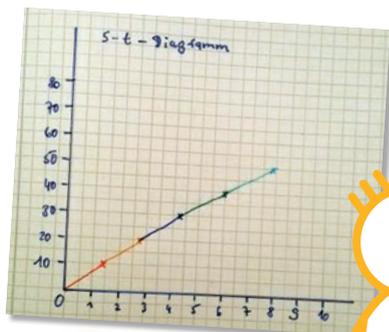
„SchülerInnen arbeiten sehr motiviert – sowohl bei Erfassung der Messwerte, als auch bei der Auswertung.“

„Bei normaler Klassengröße unbedingt eine weitere Person für die Gewinnung der Messwerte hinzuziehen!“

## Schülerstimmen:

„Da waren ja einige Fahrer zu schnell!“

„Ja, lasst uns Strafzettel verteilen!“



## Fachdidaktischer Kommentar

Das Unterrichten von „Zusammengesetzte Größen“ ist immer eine Herausforderung. Egal ob im Physik- oder im Mathematikunterricht. Die Größe „Geschwindigkeit“ als Proportionalitätsfaktor bzgl. Strecke und Zeit ist für junge Schülerinnen und Schüler deshalb besonders schwierig.

Diese Mathe.Forscher-Aktivität zeigt, wie man an einem lebens- und schüler-nahen Beispiel den Geschwindigkeitsbegriff von verschiedenen Seiten beleuchten kann. Über das Auftragen der Messwerte von Zeit und Strecke ergibt sich sukzessive das s-t-Diagramm.

Die Schülerinnen und Schüler kommen so das erste Mal mit dem Begriff der Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit in Kontakt. Das wird zwar nicht weiter thematisiert, aber es ist eine Erfahrung, auf die dann später aufgebaut werden kann.

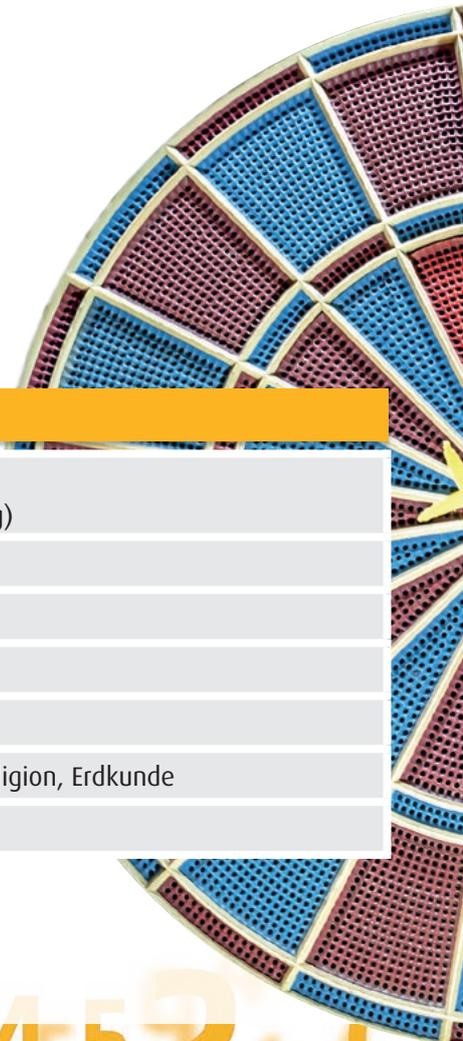
Die Umrechnung zwischen den Einheiten zeigt den Schülerinnen und Schülern, dass es notwendig ist, Größen auf verschiedene Lebensbereiche anzupassen, damit man diese schnell einordnen kann. Mathematik trägt in diesem Fall auch noch zur Sicherheit bei.

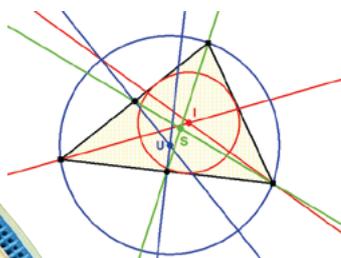
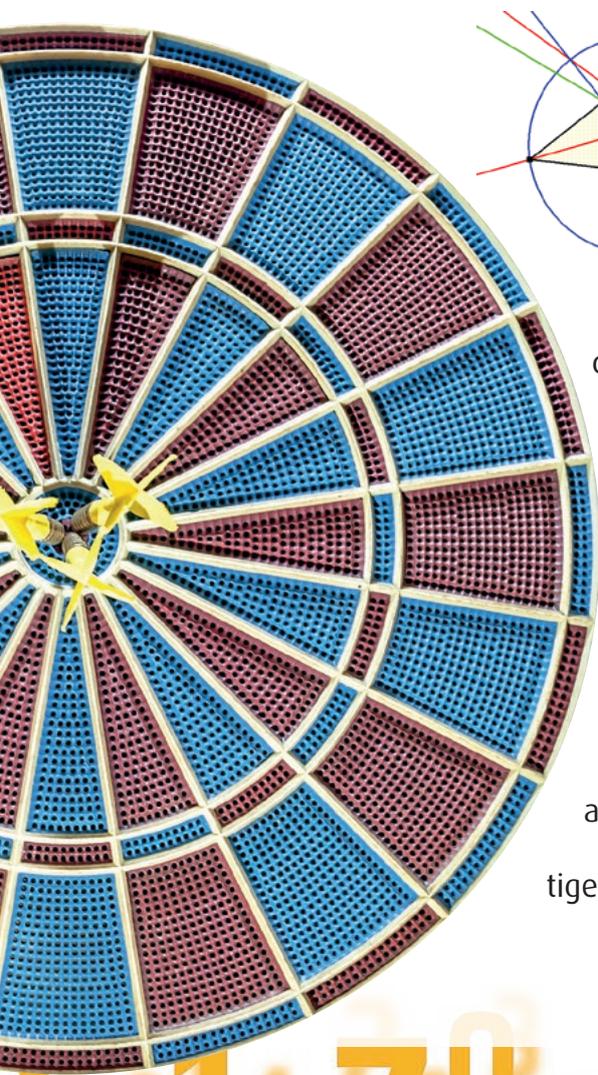


## Wo bitte ist die Mitte?

### Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Hannah-Arendt-Gymnasium (Haßloch), Kurfürst-Friedrich-Gymnasium (Heidelberg)
Klassenstufe	7. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Anne Klein, Astrid Merkel
Thematische Einordnung	Schwerpunkt, Geometrischer Ort
Zeitbedarf	7 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Deutsch; Optional: Sozialkunde, Kunst, Religion, Erdkunde
(Außerschulische) Lernorte	Vermessungsamt





## BEST PRACTICE 12 – WO BITTE IST DIE MITTE?

Kern der gestellten Aufgabe war die Suche nach der Mitte bei verschiedenen geometrischen Figuren (z. B. Vieleck). Dies beinhaltete zunächst die Auseinandersetzung mit dem Begriff der Mitte: Was ist die Mitte und gibt es vielleicht sogar verschiedene Mitten?

Daraus wurden unterschiedlichen Verfahren zur Bestimmung der Mitte eines Objekts abgeleitet und angewendet. Die SchülerInnen erkannten, dass eine eindeutige Definition von Alltagsbegriffen manchmal nicht möglich ist.



# Forscherfragen ?

Gibt es ein geometrisches Objekt, bei dem alle Verfahren die gleiche Mitte liefern?

Gibt es ein Dreieck, bei dem alle „Spezialgeraden“ einen gemeinsamen Schnittpunkt besitzen?

Sind die Schwerelinien und die Seitenhalbierenden im Dreieck und im Viereck immer identisch?

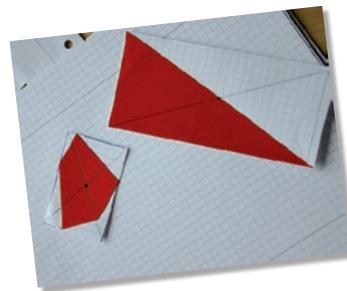
Was erhält man, wenn man die Längen von der Mitte zum Rand betrachtet?

Ist das Anwenden der Rechteckmethode immer sinnvoll?

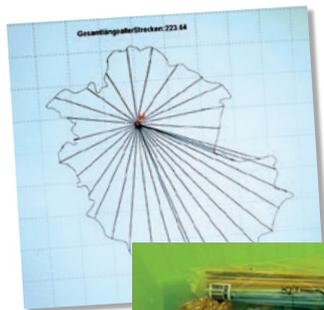


Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Das Projekt wurde in mehreren aufeinanderfolgenden Unterrichtsstunden (7) durchgeführt.	<p>Kooperation mit anderen Fächern: In Deutsch wurde die Begriffsbildung zum Thema Mitte erarbeitet.</p> <p>Optional: Sozialkunde, Kunst, Religion, Erdkunde</p>	<p>Gibt es ein geometrisches Objekt, bei dem alle Verfahren die gleiche Mitte liefern?</p>	<p>Grundlegende Begriffe und die passenden Eigenschaften (Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende) wurden vorher erarbeitet.</p>	<p>Es gibt mehrere anerkannte Mitten Deutschlands: geometrischer Schwerpunkt (2D und 3D), Schnittpunkt der Nord-Süd- und West-Ost-Verbindung, u.a.</p>
	<p>Optional: Kontaktaufnahme mit einem Vermessungsbüro.</p>	<p>Gibt es ein Dreieck, bei dem alle „Spezialgeraden“ einen gemeinsamen Schnittpunkt besitzen?</p> <p>Sind die Schwerlinien und die Seitenhalbierenden im Dreieck und im Viereck immer identisch?</p>		
		<p>Ist das Anwenden der Rechteckmethode immer sinnvoll?</p>	<p>Den SchülerInnen wurde eine Forscherbox (Schere, Papier, Schnüre, Lineal, Pinnnadel, Karton, geometrische Objekte) zur Verfügung gestellt.</p>	<p>Mittenbestimmung mit Hilfe des Fermat-Punktes: Die Summe aller Entfernungen von der „Mitte“ bis zum Rand ist minimal.</p>
		<p>Was erhält man, wenn man die Längen von der Mitte zum Rand betrachtet?</p>		

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen



# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Forscherbox



Das Projekt diente der individuellen Förderung, da durch die offene Nutzung der Forscherbox alle SchülerInnen ihre Stärken einbringen konnten. Während der Erarbeitung nutzten die SchülerInnen ihr haptisches Können, ihre Computerfertigkeiten und die Fähigkeiten zur Dokumentation entsprechend ihrer Neigungen. Man denkt gar nicht, wie facettenreich der Begriff der Mitte ist.

## Lehrerstimmen:

„Überraschend waren die hohe Eigenmotivation und die kreativen Ideen der Schülergruppen, obwohl es sich eher um ein innermathematisches Thema handelt.“

## Schülerstimmen:

„Wir konnten durch kreative Ideen zum Ziel kommen. Das hat uns Spaß gemacht.“

„Obwohl jede Gruppe den gleichen Auftrag hatte, kamen alle zu unterschiedlichen Ergebnissen.“



## Fachdidaktischer Kommentar

„Wo bitte ist die Mitte?“ ist eine hervorragende Forschungsfrage, bei der sich Lernende und Lehrende als echte Forscher fühlen können, denn es gibt nicht „die eine Mitte“. Der mathematische Begriff der Mitte interferiert ganz stark mit dem Alltagsbegriff der Mitte.

Im Alltag scheint die Mitte klar definiert – nämlich als etwas, was genau in der Mitte zwischen zwei Dingen liegt. Das kann räumlich oder zeitlich sein: die Mitte einer Strecke, die Halbzeit in der Mitte der Spielzeit oder der Mittag um 12:00 Uhr – genau



in der Mitte des Tages. Aber wenn man das betrachtete System von zwei Punkten auf drei Punkte erweitert, ist schon nicht mehr klar, was die Mitte ist.

Und genau hier setzt diese Mathe.Forscher-Aktivität an. Ein typisches mathematisches Vorgehen wird hier deutlich gemacht: die Erweiterung eines Begriffs vom Spezialfall (zwei Punkte) zu einer Verallgemeinerung (Vieleck).

Authentischer und spannender kann das Betreiben von Mathematik in der Schule nicht sein.

# Die Streichholzrakete

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a = ?, b = ?, c = 0$$

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

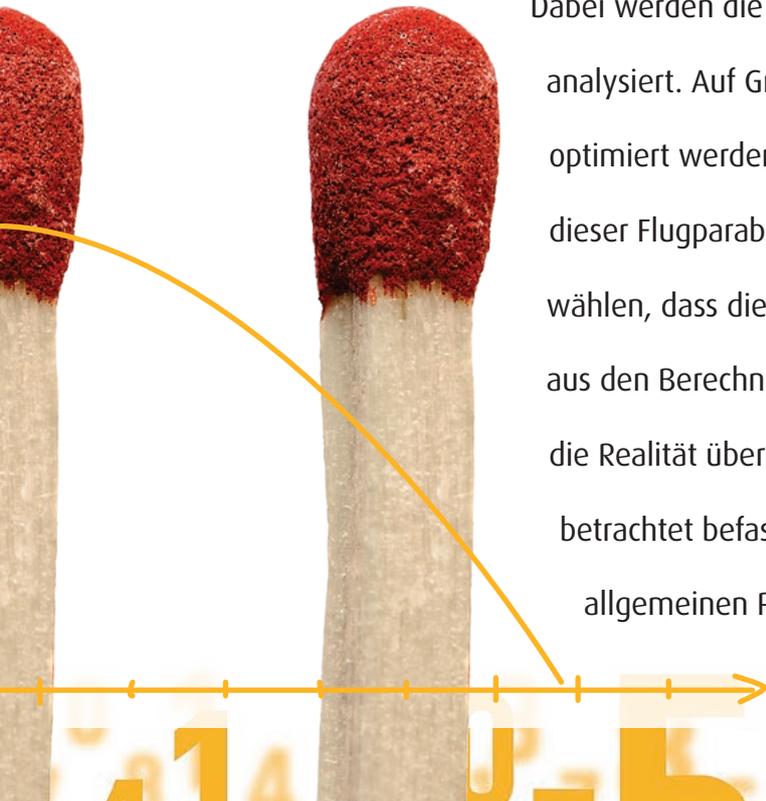
Schule / Schulform	Johann-Sebastian-Bach-Gymnasium, Mannheim
Klassenstufe	8. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Marcus Conrad, Kurt-Peter Ungemach
Thematische Einordnung	Die allgemeine Parabelform
Zeitbedarf	8 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	Optional: Physik und Sport
(Außerschulische) Lernorte	Schulhof, Computerraum



SchülerInnen bauen aus Haushaltsmaterialien (Alufolie und Zündhölzern)

Streichholzraketen, die mit dem Ziel abgefeuert werden, eine bestimmte Markierung zu treffen.

Dabei werden die Flugbahnen gefilmt und mithilfe des Computers analysiert. Auf Grundlage der Analyse muss die Flugbahn nun optimiert werden. Dies geschieht dadurch, dass man die Parameter dieser Flugparabel bestimmt und versucht, den Abschusswinkel so zu wählen, dass die Markierung getroffen werden kann. Die Erkenntnisse aus den Berechnungen werden dann in einem zweiten Experiment in die Realität übertragen, um die Theorie zu überprüfen. Mathematisch betrachtet befassen wir uns hier mit den Parametern der allgemeinen Parabelform.



## Forscherfragen ?

Muss man einen Winkel ausrechnen, damit man den Punkt auf jeden Fall trifft?

Würde die Rakete auch den 2,50-Meter-Punkt treffen, wenn die Kurve steiler wäre, also wenn man den entsprechenden Parameter (B) vergrößert hätte?

Hängt die Flugweite von den Streichhölzern ab? Oder von der Anzahl der Streichholzköpfe?



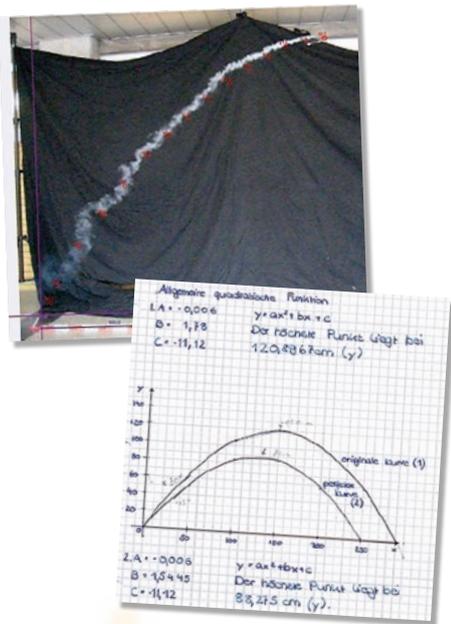
Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Durchführung des Projekts im Regelunterricht.	Durchführung der Aktivität auf dem Schulhof.	Würde die Rakete auch den 2,50-Meter-Punkt treffen, wenn die Kurve steiler wäre, also wenn man den entsprechenden Parameter (B) vergrößert hätte?	SchülerInnen gestalten aktiv ihren Lernfortschritt und arbeiten selbstständig.	SchülerInnen dokumentieren ihr Vorgehen und ihre Lösungsstrategien.
Entdeckend-forschendes und projektartiges Lernen.	Optional: Kooperation mit Physik und Sport.	Muss man einen Winkel ausrechnen, damit man den Punkt auf jeden Fall trifft?	Unterstützung durch vorgegebene Bastelanleitungen und Arbeitsaufträge.	SchülerInnen benutzen symbolische Schreibweisen und nutzen diese Darstellungen zur Problemlösung.
		Hängt die Flugweite von den Streichhölzern ab? Oder von der Anzahl der Streichholzköpfe?	Lehrkraft berät während der Arbeitsphasen.	

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





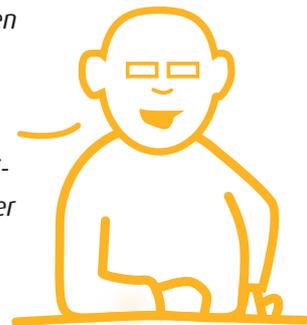
# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...



Das Zusammenspiel von Experiment und Theorie hat plötzlich auch in der Mathematik eine Bedeutung. Mathematik erschien auf einmal nicht mehr als eine uneinnehmbare Festung, sondern wurde verwendet, um eine für die SchülerInnen spannende Fragestellung zu lösen. Das war etwas ganz Neues.

## Lehrerstimmen:

„Schwierig war das Laufenlassen des Unterrichts und die Reduktion auf reine Unterrichtsbegleitung. Erstaunlich waren die Selbstständigkeit, mit der einige Gruppen sehr zielgerichtet gearbeitet haben, und auch die Lösungsansätze, die sie verfolgten. Andererseits kamen einzelne Gruppen auch schon sehr schnell an einen Punkt, an dem sie der anfängliche Ehrgeiz verlassen hat. Forschendes Lernen scheint daher recht stark zu differenzieren.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Das Besondere bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität ist die Notwendigkeit des Modellierens. Natürlich ist die Mathematik bzw. das mathematische Modell (Flugparabel) in gewissem Rahmen vorgegeben. Da zu diesem Zeitpunkt des Projekts Parabeln auf dem Lehrplan standen, ist das nur legitim, und wenn SchülerInnen vorher noch nicht modelliert haben, ist dies ein wunderbares Einstiegsprojekt: Man kommt von einer realen Situation und hat ein Problem, eine Forscherfrage!

Diese Fragestellung muss man mithilfe der mathematischen Fachsprache in ein mathematisches Problem verwandeln (Frage nach den bestimmten Parametern, Abflugwinkel). Dazu muss man Daten erheben und diese in das mathematische Modell implementieren.

Schließlich wird die Theorie durch den zweiten Raketenstart überprüft bzw. validiert. Idealerweise kann man eine reale Modellierung kaum gestalten.

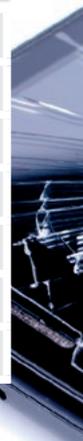


# Finanzmathematik – Wie viel ist mir mein Handy wert?

*Prämie/Monat =*

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Hannah-Arendt-Gymnasium (Haßloch)
Klassenstufe	10. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Jochen Strauß
Thematische Einordnung	Prozentrechnung, Daten und Zufall
Zeitbedarf	8 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	-
(Außerschulische) Lernorte	Handygeschäfte, Büro Versicherungsmathematiker



*Gesamtschaden in zwei Jahren  
Anzahl der Versicherten x 24*



Bei diesem Projekt sollten die SchülerInnen die Geschäftsidee einer Display-Versicherung für ein Handy entwickeln und analysieren.

Dafür wurde zunächst eine Umfrage für die eigene Schule erstellt und durchgeführt.

Auf der Basis der erhobenen Daten fiel die Entscheidung für einen bestimmten Handytyp und für die Kalkulation einer Display-Versicherung.





# Forscherfragen ?

Welche ist die günstigste Art der Finanzierung? Welche weiteren Kriterien bei der Finanzierung gibt es?

Zu welchem Preis können wir eine Display-Versicherung anbieten?

Welche Daten möchten wir bei der Umfrage erheben / brauchen wir?



Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Ein Projektplan wurde im Klassenverband entworfen.	Feldforschung in Handygeschäften.	Welche ist die günstigste Art der Finanzierung? Welche weiteren Kriterien bei der Finanzierung gibt es?	Strategische Hilfen beim Berechnen der Zinsszinsen.	93 % der SchülerInnen sind im Besitz eines Smartphones. 45 % davon sind bereit, eine Display-Versicherung abzuschließen.
Es wurde echte Feldforschung betrieben.	Besuch eines Versicherungsmathematikers.	Welche Daten möchten wir bei der Umfrage erheben / brauchen wir?	Hilfestellung beim Finden verschiedener Parameter bei der Versicherungsformel.	
		Zu welchem Preis können wir eine Display-Versicherung anbieten?	Hilfestellung beim Erstellen der Präsentationen.	<p>Kalkulierter Versicherungsschaden 54.164 € bei 398 Schülern. Das ergibt eine Prämie von 136 € pro Schüler. <math>136 \text{ €} : 24 \text{ Monate} = 5,67 \text{ € / Monat}</math>. Wir veranschlagen 6 € / Monat. Voraussichtlicher Gewinn nach 2 Jahren: <math>0,33 \text{ €} \times 24 \times 398 = 3.152,12 \text{ €}</math>. Die Masse macht's!</p>

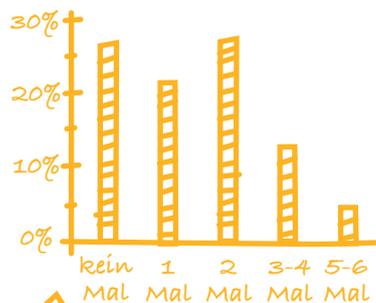
## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen





# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...

Die SchülerInnen haben sich ausführlich mit der Anschaffung und Finanzierung des Smartphones beschäftigt. Die Erstellung bzw. Berechnung eines Angebots einer Versicherung ist eher in den Hintergrund getreten.



So oft lässt man das Handy in der Vertragslaufzeit fallen!

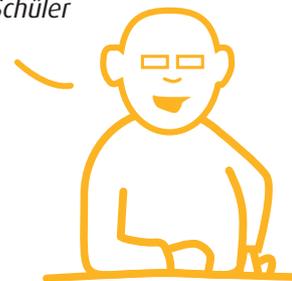


## Lehrerstimmen:

„Die Rückmeldungen der Schülerinnen und Schüler zeigen, dass dieses Thema einen konkreten Zusammenhang zwischen scheinbar uninteressanten Inhalten – wie etwa Zinsrechnung oder exponentielles Wachstum – und der Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler herstellen kann.“

## Schülerstimmen:

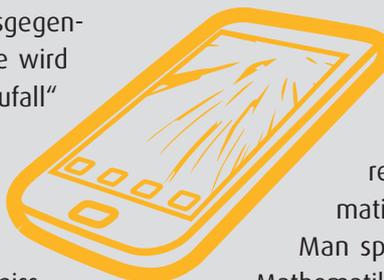
„Endlich mal eine realistische Anwendung von Mathematik. Der Umgang mit Geld wurde näher gebracht. Ein aktuelles Thema, das uns alle interessiert.“



## Fachdidaktischer Kommentar

Wie viel ist mir mein Handy wert? Was für eine Frage! Sie trifft ins Herz der Lebenswelt der Jugendlichen. Das Handy ist zum unersetzlichen Alltagsgegenstand geworden. Mit dieser Forscherfrage wird das Interesse für die Leitidee „Daten und Zufall“ geweckt.

„Daten und Zufall“ sind ein Teil der Schulmathematik, der noch gar nicht lange auf dem Lehrplan steht und dementsprechend miss-  
trauisch beäugt wird: von Lehrenden und Lernenden. Durch die lebensnahe Frage wird in die Methode der Feldfor-



schung eingeführt. Dass man dabei Mittelwerte berechnen, Prozentrechnungen durchführen und sinnvolle Diagramme erstellen muss, spielt keine Rolle. Es ist einfach notwendig.

Besonders spannend wird dann die Berechnung der Prämie. Hier spielt die mathematische Kompetenz der Modellierung hinein. Man spürt, dass man die Freiheit hat, nun mit Mathematik – eben durch bestimmte selbstgewählte Parameter – Kosten zu beeinflussen. Ein unglaubliches Gefühl für die SchülerInnen.



# Mathematik im Überraschungsei

## Koordinaten der Mathe.Forscher-Aktivität

Schule / Schulform	Hans-Purrmann-Gymnasium, Speyer
Klassenstufe	12. und 13. Klasse
LehrerIn / AutorIn	Ralf Schmitt
Thematische Einordnung	Testen von Hypothesen, Einführung in die Teststatistik
Zeitbedarf	6 bis 10 Unterrichtsstunden
Kooperation mit anderen Fächern	-
(Außerschulische) Lernorte	Supermarkt


$$V_{\text{ü-Ei}} = ?$$

Ausgangspunkt war das Werbeversprechen eines Überraschungsei-Herstellers: In jedem 7. Ei sind wir mit dabei. Damit ist gemeint, dass in jedem 7. Ei eine besondere Figur enthalten ist. SchülerInnen entwickeln rund um das Überraschungsei vielfältige Hypothesen, die über einen längeren Zeitraum in eigenständiger Projektarbeit getestet werden sollen. Dafür erheben sie Daten und entwickeln Methoden, um die eingangs aufgestellten Hypothesen durch geeignete mathematische Verfahren zu testen.

Als Erkenntnis bzw. als Ergebnis ihrer Untersuchungen konnten die SchülerInnen feststellen: Sogar in fast jedem 4. Ei fand sich eine besondere Figur!



## Forscherfragen ?

Können besondere Spielzeuge am Gewicht oder Klang des ü-Ei's erkannt werden?

Ist die Verteilung der besonderen Spielzeuge auf die Paletten wirklich rein zufällig?

Befindet sich wirklich – wie in der Werbung versprochen – in jedem 7. Ei eine besondere Figur?

Wie groß ist das Volumen bzw. die Oberfläche eines ü-Ei's?



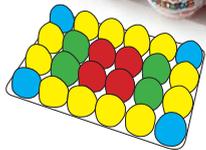
Anwenden der Mathe.Forscher-Prinzipien	Öffnen des Unterrichts	Arbeiten mit Forscherfragen	Handeln als Lernbegleiter	Mathematik sichtbar machen
Das Projekt wurde in mehreren zusammenhängenden Unterrichtsstunden (10) durchgeführt.	Wir haben uns intensiv mit dem aus der Lebenswelt der SchülerInnen bekannten Werbeversprechen aus der Schokoladenindustrie beschäftigt. Denkbar wäre auch, den direkten Kontakt zum Hersteller herzustellen.	Befindet sich wirklich – wie in der Werbung versprochen – in jedem 7. Ei eine besondere Figur?	Den SchülerInnen werden die Materialien für Ihre Forschungsaufträge zur Verfügung gestellt.	Die Trefferquote für Spielzeug lag bei über 20%. Aus mathematischer Sicht könnte man auch mit dem Slogan „in jedem 4. Ei ...“ werben.
Forschend-entdeckendes Lernen.		Können besondere Spielzeuge am Gewicht oder Klang des Ü-Ei's erkannt werden?	Erste stochastische Grundlagen werden im Vorfeld mit den SchülerInnen erarbeitet.	$P(T) = \frac{24}{96} = 0,25$
		Wie groß ist das Volumen bzw. die Oberfläche eines Ü-Ei's?	Während der Projektarbeit steht die Lehrkraft beratend zur Verfügung.	Gewicht und Treffer sind stochastisch voneinander abhängig. Wiegen lohnt sich also! Die Wahrscheinlichkeit einen Treffer zu erhalten unter der Bedingung, dass man das Gewicht des Eis kennt, beträgt:
		Ist die Verteilung der besonderen Spielzeuge auf die Paletten wirklich rein zufällig?		$P_G(T) = \frac{P(G \cap T)}{P(G)} = \frac{7/96}{19/96} = \frac{7}{19} = 0,36 \neq P(T)$
				Der Trefferanteil auf einer Palette ist nicht gleich verteilt (siehe Grafik Seite 44).

## Einordnung in die Mathe.Forscher-Dimensionen



# Was bei dieser Mathe.Forscher-Aktivität noch wichtig war ...

## Ü-Ei-Trefferchancen nach Position



Gelb: 20,8 % Treffer  
 Rot: 25 % Treffer  
 Blau: 31,25 % Treffer  
 Grün: 37,5 % Treffer

Die Fragestellungen und Untersuchungsmethoden wurden bewusst den SchülerInnen überlassen. In diesem Schüleralter war das auch kaum ein Problem. Interessant war aber, dass sich ganz andere Fragestellungen ergeben haben, als zuvor vom Lehrer angedacht. Aber genau das macht ja eine Mathe.Forscher-Aktivität aus: spontane und kreative Fragestellungen finden und lösen.

### Lehrerstimmen:

*„In diesem Projekt beeindruckten mich zunächst die zahlreichen Forscherfragen, die von den Schülerinnen und Schülern anfangs formuliert worden sind.*

*Ungewohnt war aus Lehrersicht, dass man sich doch sehr zurücknehmen muss, insbesondere dann, wenn Schülerinnen und Schüler während der Durchführung und später bei der Auswertung der Ergebnisse anders herangehen, als man es selbst tun würde. Die Ergebnisse und der Erfolg des Projektes sprechen am Ende für sich.“*



## Fachdidaktischer Kommentar

Als ein wichtiges Ausbildungsziel im Rahmen der Leitlinie „Daten und Zufall“ ist die Durchführung einer statistischen Erhebung zu nennen.

Eine statistische Erhebung ist in vier Phasen gegliedert: Generierung der Fragestellung (Forscherfragen), Planung und Durchführung der Datenerhebung (Wiegen und Auszählen der Eier), Daten aufbereiten und auswerten (als Teil der beschreibenden Statistik) und als vierte Phase Schlussfolgerungen ziehen als Teil der schließenden Statistik.

Diese vier Phasen werden im Laufe dieser Mathe.Forscher-Aktivität in besonderer Form durchlaufen.

Will man das Projekt weiterführen, z. B. die Frage beantworten, warum die Firma nur damit wirbt, dass in jedem 7. Ei eine besondere Figur ist, obwohl doch fast in jedem 4. Ei eine gefunden wurde, kommt man auf ganz natürliche Weise auf das Testen von Hypothesen.





# Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal

Brigitte Lutz-Westphal lehrt an der Freien Universität Berlin als Professorin für Didaktik der Mathematik und ist Mitherausgeberin der Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung sowie Autorin mehrerer mathematikdidaktischer Publikationen.

Seit der Gründung im Jahr 2010 begleitet Brigitte Lutz-Westphal das Programm Mathe.Forscher. Sie bringt ihre Expertise ein und berät in Fragen der Mathematikdidaktik, entwickelt Projektmaterialien, bildet Lehrkräfte fort und hilft, den Ansatz des forschenden Lernens gemeinsam zu reflektieren.

Ihre Forschungsinteressen liegen in der Unterrichtsentwicklung u. a. an der Schnittstelle von Schule und angewandter mathematischer Forschung sowie in Ansätzen zum dialogischen und forschenden Lernen. Ziel dieser Arbeiten ist es, Mathematik authentisch zu vermitteln und so nicht nur ein realistisches Bild dieser lebendigen und spannenden Wissenschaft zu etablieren, sondern auch mehr Freude am Mathematiktreiben zu ermöglichen.

Kontakt: [brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de](mailto:brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de)



# Prof. Dr. Christiane Benz



Christiane Benz ist Professorin für Mathematik und Didaktik an der Pädagogischen Hochschule Karlsruhe. Sie ist Mitglied der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und Mitglied des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik. Darüber hinaus ist sie Autorin verschiedener mathedidaktischer Publikationen.

Der Schwerpunkt ihres wissenschaftlichen Arbeitsgebietes liegt im Bereich des Übergangs vom Kindergarten in die Schule, in der Entwicklung arithmetischer Kompetenzen im Elementar- und Primarbereich sowie der Kompetenzentwicklung von Fachkräften im Elementarbereich bei der frühen mathematischen Bildung.

Als Expertin berät Frau Prof. Dr. Christiane Benz das Programm Mathe.Forscher seit 2015 in Fragen der Mathedidaktik, bereitet Projektmaterialien auf, bildet Lehrkräfte fort und hilft, den Ansatz des forschenden, entdeckenden und projektartigen Lernens gemeinsam zu reflektieren.

Kontakt: [benz@ph-karlsruhe.de](mailto:benz@ph-karlsruhe.de)



## Impressum

1. Auflage / Sep. 2015 / 1.000 Expl.
2. Auflage / März 2016 / 1.000 Expl.
3. Auflage / März 2018 / 1.000 Expl.

Herausgegeben von:  
Stiftung Rechnen  
Pascalkehre 15  
25451 Quickborn

AutorInnen:  
Prof. Dr. Matthias Ludwig, Goethe-Universität Frankfurt a. Main  
Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal, Freie Universität Berlin  
Prof. Dr. Christiane Benz, Pädagogische Hochschule Karlsruhe

Layout & Produktion: Tim Teichert Design & Konzeption

Bildnachweise: Alle Bilder vom Mathe.Forscher-Programm, mit Ausnahme von Prof. Dr. Ludwig (S. 34/35, 62 o.r.), Philipp Tonn (S. 40/41), Olympia Park München GmbH (S. 44), ttdk.de (S. 94/95, 98), Bernd Wannemacher (S. 101), Jörg Schmalenberger (S. 102), adobestock.com (S. 10/11, 16/17, 22/23, 28/29, 46/47, 52/53, 58/59, 64/65, 70/71, 76/77, 82/83, 88/89)

ISBN: 978-3-00-058962-1

## Kontakt

Programmleitung Mathe.Forscher  
Stiftung Rechnen  
Claudia Abjörnson  
Pascalkehre 15  
25451 Quickborn

Tel: 04106-704-1312, Fax: 04106-704-1175  
E-Mail: [claudia.abjoernson@stiftungrechnen.de](mailto:claudia.abjoernson@stiftungrechnen.de)

Weitere Informationen unter [www.matheforscher.de](http://www.matheforscher.de)  
oder unter [www.stiftungrechnen.de](http://www.stiftungrechnen.de)

## Mathe.Forscher ist ein Programm der Stiftung Rechnen.

Förder- und Kooperationspartner:

- Seit 2012 ist die Klaus Tschira Stiftung Förderpartner in der Region Rhein-Neckar.
- Die Akademie für Innovative Bildung und Management Heilbronn-Franken gemeinnützige GmbH (aim) ist seit 2015 Projekt- und Kooperationspartner in der Region Heilbronn-Franken.

Klaus Tschira Stiftung  
gemeinnützige GmbH

